TEMA 5. Probabilidad

Alicia Nieto Reyes

BIOESTADÍSTICA

Hasta ahora hemos aprendido a describir datos mediante:

- gráficas (histogramas y diagramas de barras),
- el calculo del valor alrededor del cual se agrupan los datos y como de dispersos están

y a saber si dichos datos forman una población o son una muestra

A partir de ahora se pretende utilizar la información que nos dan los datos para inferir conclusiones generales sobre todos los individuos del tipo que han sido estudiados
La herramienta para hacer dichas inferencias es la probabilidad
En este Capítulo veremos como de probable es que ocurran determinados sucesos

Regla de Laplace

Ejemplo 1:¿Cual es la probabilidad de que un niño/a tenga los ojos marrones si cada uno de sus padres posee genes para ojos marrones y azules?

1. La población estaría formada por los pares de genes de color de ojos de los niños/as con cada uno de sus padres con genes para ojos marrones y azules
2. (Padre , Madre) $\rightarrow$ Niño/a
   (azules , marrones) $\rightarrow$ marrones ; (marrones , azules) $\rightarrow$ marrones
   (marrones , marrones) $\rightarrow$ marrones ; (azules , azules) $\rightarrow$ azules
3. Denotamos por P a la probabilidad y por A al suceso formado por los niños con ojos marrones cuyos padres tienen cada uno genes para ojos marrones y azules
4. casos favorables al suceso $A = \{(m\ ,\ m), (m\ ,\ a), (a\ ,\ m)\}$
   casos posibles $= \{(m\ ,\ m), (m\ ,\ a), (a\ ,\ m), (a\ ,\ a)\}$
5. $P(A) = \frac{\text{n}^{\text{o}} \text{ de casos favorables al suceso } A}{\text{n}^{\text{o}} \text{ de casos posibles}} = \frac{3}{4} = 0,75$

Regla de Laplace

Ejemplo 2: Queremos saber como de probable es que un niño de 10 años pese entre 30 y 35 kg

1. La población estaría formada por los pesos de todos los niños de 10 años
2. Se realiza un experimento y así extraemos de la población una muestra, con la que podemos obtener las conclusiones

   29,43 35,18 30,81 33,66 29,58 29.48 35,49 34,53 32,69
   26,15 31,12 29,07 34,21 37,39 33,34 31,07 42,03 28,59

3. Denotamos por P_n a la probabilidad empírica y por B al suceso formado por los niños de 10 años que pesan entre 30 y 35 kg
4. Cuando n crece $P_n(B)$ se acerca a la probabilidad de que un niño de 10 años pese entre 30 y 35 kg
5. $P_n(B) = \frac{\text{n}^\text{o} \text{ de casos favorables al suceso } B}{\text{n}^\text{o} \text{ de casos posibles}} = \frac{8}{18} = 0,44$ con $n = 18$

Regla de Laplace

Ejemplo 2: Queremos saber como de probable es que un niño de 10 años pese entre 30 y 35 kg

1. La población estaría formada por los pesos de todos los niños de 10 años
2. Se realiza un experimento y así extraemos de la población una muestra, con la que podemos obtener las conclusiones

   29,43 35,18 30,81 33,66 29,58 29.48 35,49 34,53 32,69
   26,15 31,12 29,07 34,21 37,39 33,34 31,07 42,03 28,59

3. Denotamos por P_n a la probabilidad empírica y por B al suceso formado por los niños de 10 años que pesan entre 30 y 35 kg
4. Cuando n crece $P_n(B)$ se acerca a la probabilidad de que un niño de 10 años pese entre 30 y 35 kg
5. $P_n(B) = \frac{\text{n}^\text{o} \text{ de casos favorables al suceso } B}{\text{n}^\text{o} \text{ de casos posibles}} = \frac{8}{18} = 0,44$ con $n = 18$

Probabilidad de la Union e Intersección de Sucesos

Población: niños de 10 años cuyos padres tienen cada uno genes para ojos marrones y azules

- Suceso $A =$ niños de la población con ojos marrones
- Suceso $B =$ niños de la población cuyo peso está entre 30 y 35 kg
- Suceso $C =$ niños de la población con una dieta rica en grasas
- Suceso $A \cap B =$ niños de la población cuyo peso está entre 30 y 35 kg y tienen ojos marrones
- Suceso $A \cup B =$ niños de la población cuyo peso está entre 30 y 35 kg o tienen ojos marrones
- Los suceso A y B son independientes, entonces $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$
- Los sucesos B y C no son necesariamente independientes $P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$

Probabilidad Condicionada

Población: niños de 10 años cuyos padres tienen cada uno genes para ojos marrones y azules

- Suceso $A =$ niños de la población con ojos marrones
- Suceso $B =$ niños de la población cuyo peso está entre 30 y 35 kg
- Suceso $C =$ niños de la población con una dieta rica en grasas
- $$\begin{aligned} P(A|B) &= \text{probabilidad de } A \text{ condicionada a } B \\ &= \text{probabilidad de que ocurra } A \text{ sabiendo que ha ocurrido } B \\ &= \text{probabilidad de que un niño de la población tenga los ojos} \\ &\quad \text{marrones sabiendo que pesa entre 30 y 35 kg} \end{aligned}$$

  $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- Como A y B son independientes

  $$P(A|B) = \frac{P(A) * P(B)}{P(B)} = P(A)$$

Teorema de Bayes

Ejemplo 3: Se ha desarrollado un test para detectar un tipo particular de artritis en personas de alrededor de 50 años
Se quiere saber cual es la probabilidad de que una persona este enferma si al hacerle el test sale positivo (si es baja el test no vale para nada)

- Población: personas sobre 50 años
- $D =$ personas sobre 50 años con artritis
- $D^c =$ personas sobre 50 años sin artritis
  A D^c se le llama D complementario y $P(D^c) = 1 - P(D)$
- $T =$ personas sobre 50 años a las que el test les sale positivo
- Conocemos por un estudio previo:
  $$P(D) = 0,10 \qquad P(T|D) = 0,85 \qquad P(T|D^c) = 0,04$$
- No podemos aplicar $P(D|T) = \dfrac{P(D \cap T)}{P(T)}$
- $P(D|T) = \dfrac{P(T|D)P(D)}{P(T|D)P(D) + P(T|D^c)P(D^c)} = \frac{0,85*0,1}{0,85*0,1+0,04*0,9} = 0,7$