Tema 9 Contraste de hipótesis de la varianza

Alicia Nieto Reyes

BIOESTADÍSTICA

Contraste de hipótesis de la varianza

Nos podemos encontrar ante tres tipos de casos:

Contraste con cola a la izquierda
$H_0 : \sigma^2 \geq \sigma_0^2$
$H_a : \sigma^2 < \sigma_0^2$

Contraste con cola a la derecha
$H_0 : \sigma^2 \leq \sigma_0^2$
$H_a : \sigma^2 > \sigma_0^2$

Contraste con dos colas
$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$
$H_a : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$

Control de Calidad

- Las farmaceúticas tienen que mantener un estándar de impurezas en la fabricación de medicamentos.
- Para un determinado medicamento, el gabinete de control de calidad afirma que suponiendo que la distribución de las impurezas es normal, el proceso de producción tiene que mantener una varianza de impurezas inferior a 1.
- Se realizan pruebas periódicas para controlar la varianza de las impurezas del medicamento que esta siendo fabricado.
- En una de ellas se ha tomado una muestra aleatoria de tamaño 100 de las partidas, obteniéndose $S^2 = 1,1$.
- ¿Puede decirse que el proceso de producción cumple con las exigencias del gabinete de control?

$$H_0 : \sigma^2 \geq 1$$
$$H_a : \sigma^2 < 1$$

Control de Calidad

$$H_0 : \sigma^2 \geq 1$$
$$H_a : \sigma^2 < 1$$

La muestra tomada de tamaño $n = 100$ da $S^2 = 1,1$

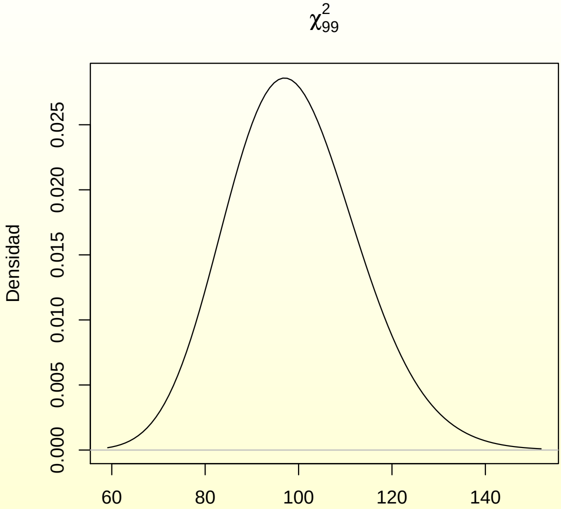
Bajo H_0, el estadístico $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1}$

Tenemos: $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = 99 \cdot 1,1 = 108,9$

- Si disponemos de tablas:
  - $P[\chi^2_{99} \leq 61,13651] = 0,001$
  - $P[\chi^2_{99} \leq 69,22989] = 0,01$
  - $P[\chi^2_{99} \leq 77,04633] = 0,05$

Como $77.04633 < 108,9$ no tenemos evidencia suficiente para rechazar H_0

Control de Calidad



Si disponemos del ordenador: Podemos calcular lo anterior y
$p = P[\chi^2_{99} \leq 108,9] = 0.7668182 \geq 0.05$
No tenemos evidencia suficiente para rechazar H_0

Control de Calidad. Problema genérico

- Debido al proceso de fabricación, cada pildora de un determinado medicamento no tiene la misma potencia.
- Una varianza muy grande dará lugar a píldoras con una potencia demasiado debil para ser efectivas y a otras demasiado potentes y por ello potencialmente peligrosas.
- Se realizan pruebas periódicas para controlar la varianza del medicamento que esta siendo fabricado.

Sea v tal que si la varianza del medicamento es menor a v, el proceso de fabricación es correcto

Queremos contrastar

$$H_0 : \sigma^2 \geq v$$
$$H_a : \sigma^2 < v$$

Control de Calidad. Problema genérico

Queremos contrastar

$$H_0 : \sigma^2 \geq v$$
$$H_a : \sigma^2 < v$$

Tomamos una muestra de tamaño n y calculamos S^2
Asumiendo que la varianza del medicamento sigue una distribución normal, tenemos que bajo H_0, el estadístico

$$\frac{(n-1)S^2}{v^2} \sim \chi^2_{n-1}$$

- Si $p = P[\chi^2_{n-1} \leq \frac{(n-1)S^2}{v^2}] < 0,05$
  rechazamos H_0 al nivel de significación $0,05$
- Si $p = P[\chi^2_{n-1} \leq \frac{(n-1)S^2}{v^2}] \geq 0,05$
  no tenemos evidencia suficiente para rechazar H_0