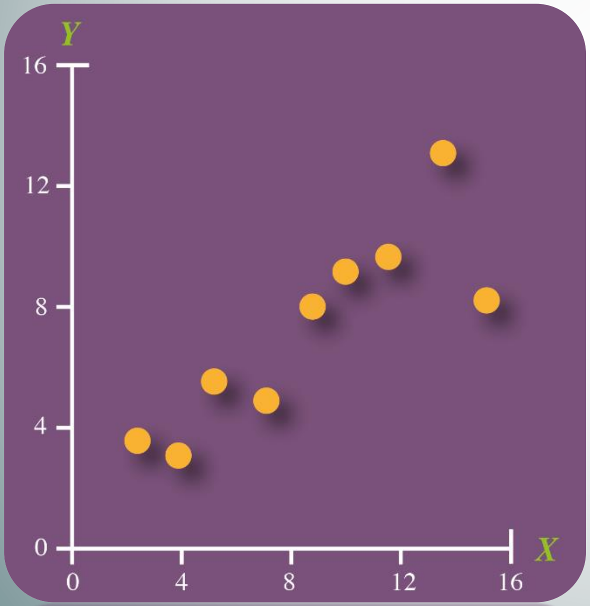
Estadística

Grado en Relaciones Laborales

Resumen de los contenidos básicos

Tema 6. Dependencia entre atributos



Lorena Remuzgo Pérez

Carmen Trueba Salas

DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

Este tema se publica bajo Licencia:

Creative Commons BY-NC-SA 4.0

Contenidos

Sean A y B dos atributos cuyas modalidades son $a_1, \ldots, a_i, \ldots, a_k$ y $b_1, \ldots, b_j, \ldots, b_h$, respectivamente. La observación conjunta de ambas atributos proporciona pares de modalidades (a_i, b_j).

6.1 Tabla de contingencia

Permite presentar la información relativa a los atributos A y B de manera ordenada.

$a_i \setminus b_j$	b_1	...	b_j	...	b_h	$n_{i.}$
a_1	n_{11}	...	n_{1j}	...	n_{1h}	$n_{1.} = n_{11} + \ldots + n_{1h}$
a_2	n_{21}	...	n_{2j}	...	n_{2h}	$n_{2.} = n_{21} + \ldots + n_{2h}$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
a_i	n_{i1}	...	n_{ij}	...	n_{ih}	$n_{i.} = n_{i1} + \ldots + n_{ih}$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
a_k	n_{k1}	...	n_{kj}	...	n_{kh}	$n_{k.} = n_{k1} + \ldots + n_{kh}$
$n_{.j}$	$n_{.1} = n_{11} + \ldots + n_{k1}$	...	$n_{.j} = n_{1j} + \ldots + n_{kj}$	...	$n_{.h} = n_{1h} + \ldots + n_{kh}$	$\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{h} n_{ij} = N$

La distribución de frecuencias bidimensional de (A, B) viene dada por el conjunto de pares de modalidades junto con sus correspondientes frecuencias absolutas conjuntas $(a_i, b_j; n_{ij})$ o frecuencias relativas conjuntas $(a_i, b_j; f_{ij})$.

6.2 Atributos en escala nominal

Sea la distribución de frecuencias $(a_i, b_j; n_{ij})$.

La dimensión de la tabla de contingencia determina las medidas que se pueden utilizar para estudiar la dependencia entre atributos.

Atributos con dos modalidades cada uno (tablas 2 x 2)

- Coeficiente básico de dependencia
- Coeficiente de asociación *Q* de Yule

Atributos con *k* y *h* modalidades (tablas *k* x *h*)

- Estadístico chi-cuadrado
- Coeficiente de contingencia
- Coeficiente *V* de Cramer
- Coeficiente *T* de Tschuprow

6.2 Atributos en escala nominal

Coeficiente básico de dependencia

$$D = \frac{n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}}{N} = n_{11} - \frac{n_{1.} \times n_{.1}}{N}$$

Interpretación

Si $D = 0$, los atributos A y B son independientes.

Si $D > 0$, existe asociación positiva entre las modalidades a_1 y b_1.

Si $D < 0$, existe asociación negativa entre las modalidades a_1 y b_1.

6.2 Atributos en escala nominal

Coeficiente de asociación *Q* de Yule

$$Q = \frac{n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21}}{n_{11}n_{22} + n_{12}n_{21}} = \frac{N \cdot D}{n_{11}n_{22} + n_{12}n_{21}} \qquad -1 \le Q \le 1$$

Interpretación

Si $Q = 0$, los atributos A y B son independientes.

Si $Q = 1$, existe asociación positiva completa entre las modalidades a_1 y b_1.

Si $Q = -1$, existe asociación negativa completa entre las modalidades a_1 y b_1.

Si $0 < Q < 1$, existe asociación positiva entre las modalidades a_1 y b_1.

Si $0 < Q < -1$, existe asociación negativa entre las modalidades a_1 y b_1.

6.2 Atributos en escala nominal

Estadístico chi-cuadrado

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{h}\frac{(n_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}} \qquad \chi^2 \geq 0$$

donde $e_{ij} = \dfrac{n_{i.}\cdot n_{.j}}{N}$ es la frecuencia absoluta esperada.

Interpretación

Si $\chi^2 = 0$, los atributos A y B son independientes.

Si $\chi^2 > 0$, los atributos A y B no son independientes.

6.2 Atributos en escala nominal

Coeficiente de contingencia

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{N + \chi^2}} \qquad 0 \le C \le 1$$

Interpretación:

Si $C = 0$, los atributos A y B son independientes.

Si $C = 1$, existe asociación completa entre los atributos A y B.

Si $0 < C < 1$, existe asociación entre los atributos A y B.

6.2 Atributos en escala nominal

Coeficiente *V* de Cramer

$$V = \sqrt{\frac{\chi^2}{N\left[mín(k,h)-1\right]}} \qquad 0 \le V \le 1$$

Interpretación

Si $V = 0$, los atributos A y B son independientes.

Si $V = 1$, existe asociación completa entre los atributos A y B.

Si $0 < V < 1$, existe asociación entre los atributos A y B.

6.2 Atributos en escala nominal

Coeficiente *T* de Tschuprow

$$T = \frac{\chi^2}{N\sqrt{(k-1)(h-1)}} \qquad 0 \leq T \leq 1$$

Interpretación

Si $T = 0$, los atributos A y B son independientes.

Si $T = 1$, existe asociación completa entre los atributos A y B.

Si $0 < T < 1$, existe asociación entre los atributos A y B.

6.3 Atributos en escala ordinal

Sea la distribución de frecuencias $(a_i, b_j; n_{ij})$.

Es posible estudiar la concordancia o discordancia entre las ordenaciones de los individuos de la población atendiendo a los atributos A y B .

Coeficientes de correlación por rangos

- Coeficiente de correlación de Spearman
- Coeficiente de correlación τ de Kendall

6.3 Atributos en escala ordinal

Coeficiente de correlación de Spearman

$$\rho = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{N\,(N^2 - 1)} \qquad -1 \leq \rho \leq 1$$

donde $d_i = r_i^1 - r_i^2$.

Interpretación

Si ρ = 0, los criterios de ordenación son independientes.

Si ρ = 1, existe concordancia perfecta entre las ordenaciones.

Si ρ = -1, existe discordancia perfecta entre las ordenaciones.

Si 0 < ρ < 1, existe concordancia entre las ordenaciones.

Si -1 < ρ < 0, existe discordancia entre las ordenaciones.

6.3 Atributos en escala ordinal

Coeficiente de correlación τ de Kendall

$$\tau = \frac{C - D}{N\,(N-1)/2} \qquad -1 \leq \tau \leq 1$$

donde C es el número de concordancias y D es el número de discordancias.

Interpretación

Si $\tau = 0$, los criterios de ordenación son independientes.

Si $\tau = 1$, existe concordancia perfecta entre las ordenaciones.

Si $\tau = -1$, existe discordancia perfecta entre las ordenaciones.

Si $0 < \tau < 1$, existe concordancia entre las ordenaciones.

Si $-1 < \tau < 0$, existe discordancia entre las ordenaciones.