Resumen de los contenidos básicos

Tema 8. Introducción a la probabilidad

Carmen Trueba Salas
Lorena Remuzgo Pérez
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA

Estadística I
Grado en Administración y Dirección de Empresas

Contenidos

8.1 Conceptos básicos

Experimento determinista

Experimento que al realizarse en idénticas condiciones proporciona siempre el mismo resultado.

Experimento aleatorio

Experimento que al realizarse en idénticas condiciones puede dar lugar a resultados diferentes.

Espacio muestral (Ω)

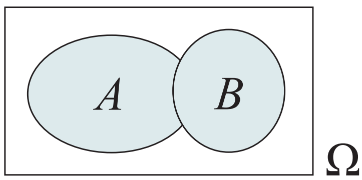
Conjunto de todos los posibles resultados asociados a un experimento aleatorio.

Estadística I
Grado en Administración y Dirección de Empresas

8.2 Operaciones entre sucesos

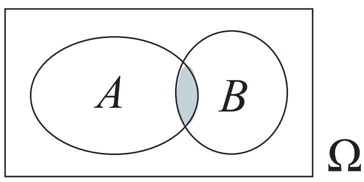
Unión de sucesos ($A \cup B$)

Suceso formado por la agrupación de los elementos de ambos sucesos.



Intersección de sucesos ($A \cap B$)

Suceso formado por los elementos comunes a ambos sucesos.

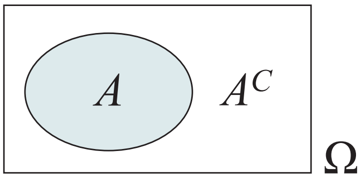


Carmen Trueba y Lorena Remuzgo Resumen de los contenidos básicos. Tema 8

8.2 Operaciones entre sucesos

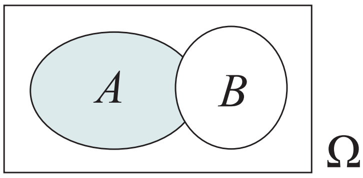
Suceso complementario (A^c)

Suceso formado por los elementos de Ω que no pertenecen a A.



Diferencia de sucesos ($A - B$)

Suceso formado por los elementos de A que no pertenecen a B.



Estadística I
Grado en Administración y Dirección de Empresas

8.3 Definición de probabilidad

La probabilidad proporciona una medida de la ocurrencia de un suceso.

Sea Ω el espacio muestral asociado a un experimento aleatorio, una probabilidad es una aplicación que asigna a cada suceso A un número real entre 0 y 1, $\Pr(A)$.

Una probabilidad verifica los siguientes axiomas:

1. $0 \leq \Pr(A) \leq 1$
2. $\Pr(\Omega) = 1$
3. Si $A_1, \ldots, A_n$ son n sucesos excluyentes dos a dos ($A_i \cap A_j = \varnothing$, con $i \neq j$), entonces:

$$\Pr\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} \Pr(A_i)$$

Carmen Trueba y Lorena Remuzgo
Resumen de los contenidos básicos. Tema 8

8.4 Regla de Laplace

Permite calcular la probabilidad de un suceso A cuando Ω es un espacio muestral finito y equiprobable.

$$\Pr(A) = \frac{\text{Número de casos favorables}}{\text{Número de casos posibles}}$$

Estadística I
Grado en Administración y Dirección de Empresas

8.5 Probabilidad condicionada

Permite calcular la probabilidad de un suceso A sabiendo que ha ocurrido el suceso B.

$$\Pr(A \mid B) = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr(B)}$$

Carmen Trueba y Lorena Remuzgo
Resumen de los contenidos básicos. Tema 8

8.6 Regla del producto

Esta regla es especialmente útil cuando los sucesos ocurren secuencialmente en el tiempo, de forma que el resultado de un suceso depende del resultado obtenido por el suceso anterior.

Si $A_1, A_2, \ldots, A_n$ son n sucesos tales que $\Pr(\cap_{i=1}^{n} A_i) > 0$, entonces:

$$\Pr(\cap_{i=1}^{N} A_i) = \Pr(A_1) \cdot \Pr(A_2 \mid A_1) \cdot \Pr(A_3 \mid A_1 A_2) \ldots \Pr(A_N \mid A_1 A_2 \ldots A_{N-1})$$

Estadística I
Grado en Administración y Dirección de Empresas

8.7 Independencia de sucesos

Dos sucesos son independientes cuando la ocurrencia de uno de ellos no influye en la ocurrencia del otro.

Condiciones de independencia estadística

$$\Pr(A \mid B) = \Pr(A)$$

$$\Pr(B \mid A) = \Pr(B)$$

$$\Pr(A \cap B) = \Pr(A) \cdot \Pr(B)$$

Carmen Trueba y Lorena Remuzgo Resumen de los contenidos básicos. Tema 8

8.8 Teorema de la probabilidad total

Si $B_1, \ldots, B_n$ son n sucesos excluyentes dos a dos $(B_i \cap B_j = \varnothing,$ con $i \neq j)$ cuya unión es todo el espacio muestral $(B_1 \cup B_2 \cup \ldots \cup B_n = \Omega)$ y A es un suceso cualquiera, entonces:

$$\Pr(A) = \sum_{i=1}^{n} \Pr(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^{n} \Pr(A \mid B_i) \cdot \Pr(B_i)$$

Estadística I
Grado en Administración y Dirección de Empresas

8.9 Teorema de Bayes

Si $B_1, \ldots, B_n$ son n sucesos excluyentes dos a dos $(B_i \cap B_j = \varnothing,$ con $i \neq j)$ cuya unión es todo el espacio muestral $(B_1 \cup B_2 \cup \ldots \cup B_n = \Omega)$ y A es un suceso cualquiera, entonces:

$$\Pr(B_i \mid A) = \frac{\Pr(A \cap B_i)}{\Pr(A)} = \frac{\Pr(A \mid B_i) \cdot \Pr(B_i)}{\Pr(A)}, \quad i = 1, 2, \ldots, n.$$

Carmen Trueba y Lorena Remuzgo Resumen de los contenidos básicos. Tema 8