

# Herramientas para la Decisión en Operaciones

## Tema 3. PERT



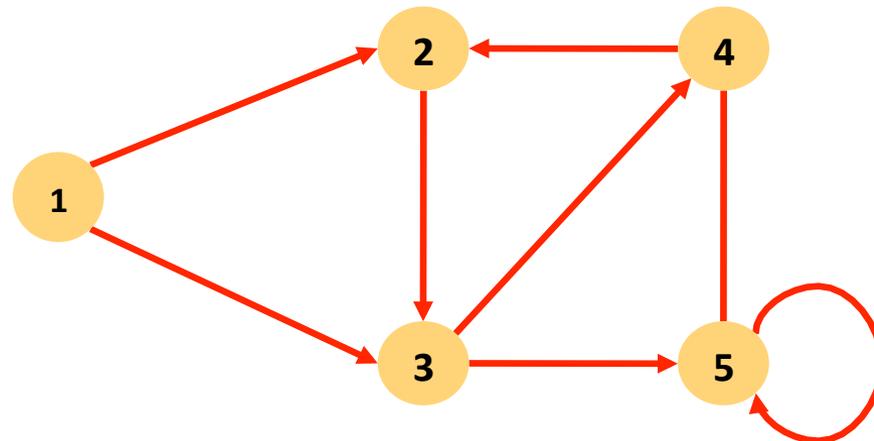
**Lidia Sánchez Ruiz**  
**Beatriz Blanco Rojo**

Departamento de Administración de Empresas

Este tema se publica bajo Licencia:  
[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

## PERT

- El método **PERT** (**P**rogram **E**valuation and **R**evue **T**echnique) es una técnica de análisis y control de proyectos complejos que integran múltiples tareas individuales, interrelacionadas temporalmente.
- Es una técnica adecuada para la programación y control de este tipo de trabajos, especialmente aquéllos que son completamente nuevos o que no son repetitivos.
- Se deriva de la **Teoría de grafos**.

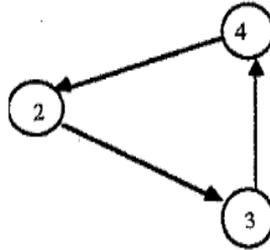


## Grafos

➤ No bucles.

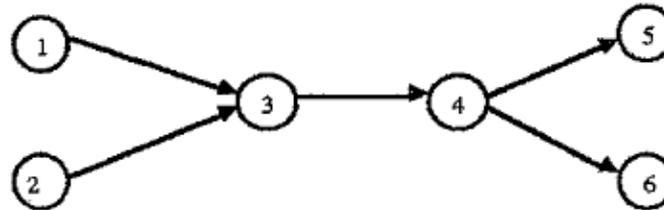


➤ No circuitos.



➤ Nudo de origen único:

❖ Nudo final único.

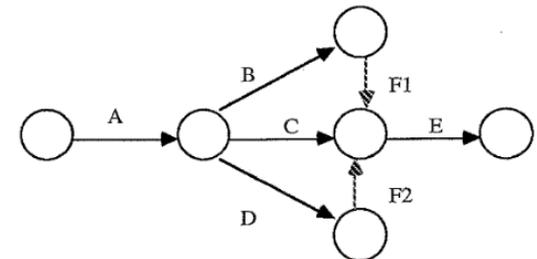
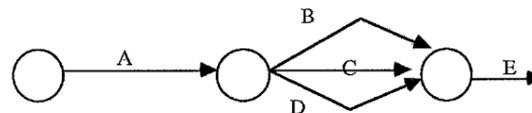


➤ Entre dos nudos sólo puede haber una actividad. Si hay más de una actividad se introduce un ficticio:

❖ El ficticio no consume tiempo ni recursos pero funciona igual en gráfico y en cálculos.

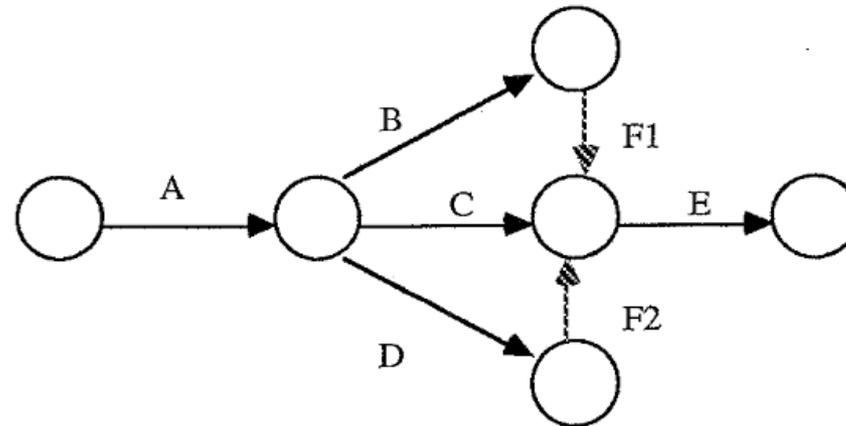
A precede a B, C y D

B, C y D preceden a E



## Numeración de vértices

- **Para numerar vértices hay que tener en cuenta lo siguiente:**
- ❖ No numerar ningún vértice al que llegue una actividad procedente de un vértice sin numerar.
  - ❖ Cuando hay varios vértices que se pueden numerar, elegir arbitrariamente.



### Cálculo de tiempos

- Cada actividad tiene un tiempo propio.
- El tiempo total no es la suma de los tiempos de las actividades, ya que algunas de las actividades se llevan a cabo simultáneamente, son paralelas.
- **Tiempos early:** lo más pronto que puede empezar las actividades que parten de un determinado vértice o nudo. Vendrá marcado por la actividad que llega más tarde.

$$E_j = \text{Max}_{i_j \in \bar{U}_j} (E_i + t_{ij})$$

❖ El tiempo early del último nudo es el tiempo de realización del proyecto.

- **Tiempo last:** lo más tarde que puedo llegar a un nudo y por lo tanto a las actividades que en él comienzan, sin generar un retraso en el proyecto.

$$L_i = \text{Min}_{i_j \in \bar{U}_i} (L_j - t_{ij})$$

❖ En el último nudo: tiempo early = tiempo last.

# Asociación de una matriz a un grafo

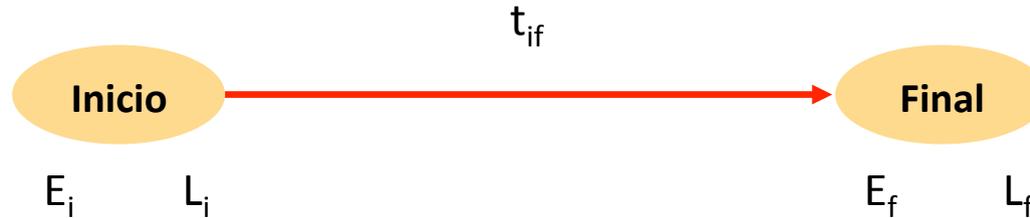
## Matriz de Zaderenko

	1	2	3	4	5	6	Early
1							
2							
3							
4							
5							
6							
Last							

## Camino crítico

- **Nudos críticos**: tiempo early = tiempo last.
- El camino crítico es aquel que une todos los nudos críticos.
- La suma del tiempo de todas las actividades críticas, es el tiempo del proyecto.
- Puede haber más de un camino crítico.

## Márgenes



- Margen total (MT):  $L_f - E_i - t_{if}$ .
- Margen libre (ML):  $E_f - E_i - t_{if}$ .
- Margen independiente (MI):  $E_f - L_i - t_{if}$ .
- $MT \geq ML \geq MI$ .
- $MT = 0$ . Es una actividad crítica.

# PERT aleatorio

## ➤ Tiempo de las actividades:

❖ Conocido.

❖ Aleatorio:

- Distribución conocida: esperanza y varianza.
- Sin distribución conocida.

## ➤ Probabilidad de terminación del proyecto.

### PERT aleatorio: sin distribución conocida

- **Sin distribución conocida.** Se estiman los siguientes valores:
  - ❖ **A:** duración mínima de la actividad.
  - ❖ **M:** duración más probable de la actividad.
  - ❖ **B:** duración máxima de la actividad.
  
- A partir de estos datos se obtiene la distribución teórica Beta. Obteniéndose la esperanza matemática y la varianza como sigue:

$$E(t) = \frac{A + 4M + B}{6} \quad \sigma_t^2 = \left( \frac{B - A}{6} \right)^2$$

- ❖ La esperanza y la varianza del camino crítico serán:

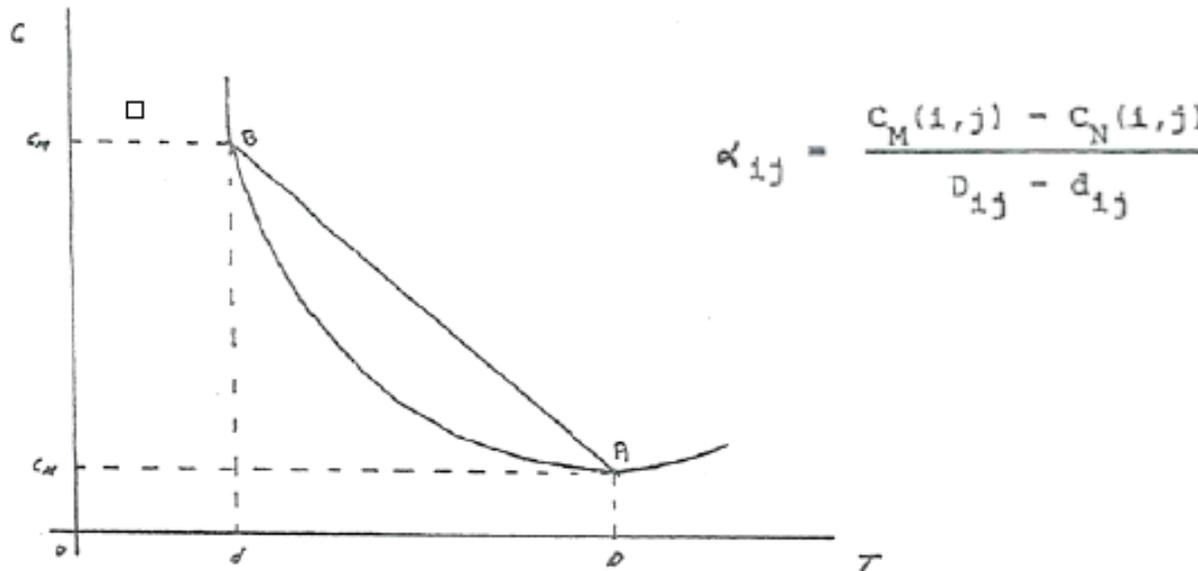
$$E(T_n) = \sum_{1j \in U^*} E(t_{1j}) \quad \sigma^2(T_n) = \sum_{1j \in U^*} \sigma^2(t_{1j})$$

## PERT coste

- Se programan simultáneamente los tiempos de ejecución de las actividades y los costes correspondientes a cada uno de ellos.
- Dos tipos de costes: **costes directos (CD)** y **costes indirectos (CI)**:
  - ❖ **Coste directo:** puede imputarse directamente a la actividad (ej.: materias primas). Los **CD** aumentan a medida que disminuye el tiempo de ejecución del proyecto.
  - ❖ **Coste indirecto:** se imputa indirectamente a través de alguna clave de distribución (Ejemplo: sueldos del personal de seguridad). Los **CI** aumentan a medida que aumenta el tiempo de ejecución del proyecto.

## PERT coste

- **Objetivo:** analizar el coste mínimo para cada duración del proyecto.
- Reducir la duración de un proyecto, implica aumentar el coste directo asociado.
- Interesará reducir el tiempo de aquellas actividades cuyo incremento proporcional de coste sea menor.



## PERT coste

- Conocidos los coeficientes de coste, convendrá reducir el tiempo de aquellas actividades que perteneciendo al camino crítico tengan un coeficiente menor.
- Reducir el tiempo en ciertas actividades del camino crítico puede ocasionar la aparición de nuevos caminos críticos. Por ello, tras cada reducción, hay que comprobar la existencia de todos los caminos críticos posibles.
- Se repite el proceso hasta llegar al camino crítico irreducible.