Herramientas para la Decisión en Operaciones

Tema 6. Teoría de colas. Fórmulas de modelos de colas (en Español)

Lidia Sánchez Ruiz
Beatriz Blanco Rojo

Departamento de Administración de Empresas

SISTEMA CERRADO CANAL SIMPLE

$$\lambda = número\ medio\ de\ llegadas\ por\ periodo\ de\ tiempo$$

$$\mu = número\ medio\ de\ items\ o\ personas\ atendidas\ por\ periodo\ de\ tiempo$$

$$s = número\ de\ canales = 1$$

$$t_i = tiempo\ entre\ llegadas = \frac{1}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{1}{t_i}$$

$$t_s = tiempo\ de\ servicio = \frac{1}{\mu}$$

$$\mu = \frac{1}{t_s}$$

m = población

Probabilidad de cero clientes en el sistema:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{m} \frac{m!}{(m-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}$$

Probabilidad de n clientes en el Sistema:

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{m!}{(m-n)!}$$

Número medio de clientes en el Sistema:

$$n = m - \frac{\mu}{\lambda}(1 - P_0)$$

Número medio de clientes en cola:

$$n_q = \sum_{n=2}^{m} (n-1) P_n$$

Número medio de clientes en servicio:

$$n_s = (1 - P_0)$$

Tiempo medio que un cliente está en la cola:

$$t_q = \frac{n_q}{\lambda(m-n)}$$

Tiempo medio que un cliente está en servicio:

$$t_s = \frac{1}{\mu}$$

Tiempo medio que un cliente está en el sistema:

$$t = t_q + t_s$$

SISTEMA CERRADO. CANAL MÚLTIPLE

$$\lambda = número\ medio\ de\ llegadas\ por\ periodo\ de\ tiempo$$

$$\mu = número\ medio\ de\ items\ o\ personas\ atendidas\ por\ periodo\ de\ tiempo$$

$$t_i = tiempo\ entre\ llegadas = \frac{1}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{1}{t_i}$$

$$t_s = tiempo\ de\ servicio = \frac{1}{\mu}$$

$$\mu = \frac{1}{t_s}$$

m = población

s= número de canales

Probabilidad de cero clientes en el sistema:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{s} \frac{m!}{(m-n)!\,n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \sum_{n=s}^{m} \frac{m!}{(m-n)!\,s!\,s^{(n-s)}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}$$

a) Si 1≤n≤s; habría (s-n) canals ociosos

b) Si s ≤n≤m; habría (n-s) clientes esperando

Probabilidad de n clientes en el Sistema:

$$a)\ Si\ 1 \le n \le s \ \rightarrow P_n = P_0 \frac{m!}{(m-n)!\,n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

$$b)\ Si\ s < n \ \rightarrow P_n = P_0 \frac{m!}{(m-n)!\,s!\,s^{(n-s)}}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

Número medio de clientes en el Sistema:

$$n = \sum_{n=0}^{m} nP_n$$

Número medio de clientes en cola:

$$n_q = \sum_{n=s+1}^{m} (n-s)P_n$$

Número medio de clientes en servicio:

$$n_s = n - n_q$$

Canales ociosos:

$$d = \sum_{n=0}^{s} (s-n)P_n$$

Tiempo medio que un cliente está en la cola:

$$t_q = \frac{n_q}{\lambda(m-n)}$$

Tiempo medio que un cliente está en servicio:

$$t_s = \frac{1}{\mu}$$

Tiempo medio que un cliente está en el sistema:

$$t = t_q + t_s$$

SISTEMA ABIERTO. CANAL SIMPLE

$$\lambda = número\ medio\ de\ llegadas\ por\ periodo\ de\ tiempo$$

$$\mu = número\ medio\ de\ items\ o\ personas\ atendidas\ por\ periodo\ de\ tiempo$$

$$s = número\ de\ canales = 1$$

$$t_i = tiempo\ entre\ llegadas = \frac{1}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{1}{t_i}$$

$$t_s = tiempo\ servicio = \frac{1}{\mu}$$

$$\mu = \frac{1}{t_s}$$

Factor de utilización:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$$

Probabilidad de cero clientes en el sistema:

$$P_0 = 1 - \rho = 1 - \frac{1}{\mu}$$

Probabilidad de n clientes en el Sistema:

$$P_n = P_0 \rho^n = P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n$$

Número medio de clientes en el Sistema:

$$n = \frac{\lambda}{(\mu - \lambda)} = \lambda * t$$

Número medio de clientes en cola:

$$n_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \lambda * t_q$$

Número medio de clientes en servicio:

$$n_s = n - n_q$$

Tiempo medio que un cliente está en el sistema:

$$t = \frac{1}{(\mu - \lambda)}$$

Tiempo medio que un cliente está en la cola:

$$t_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

Tiempo medio que un cliente está en servicio:

$$t_s = t - t_q$$

SISTEMA ABIERTO. CANAL MÚLTIPLE

$$\lambda = número\ medio\ de\ llegadas\ por\ periodo\ de\ tiempo$$

$$\mu = número\ medio\ de\ items\ o\ personas\ atendidas\ por\ periodo\ de\ tiempo$$

$$s = número\ de\ canales$$

$$t_i = tiempo\ entre\ llegadas = \frac{1}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{1}{t_i}$$

$$t_s = tiempo\ servicio = \frac{1}{\mu}$$

$$\mu = \frac{1}{t_s}$$

Factor utilización:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu * s}$$

$$\rho < s$$

s=número de canales

a) Si n≤s; habría (s-n) canales ociosos

b) Si n≥s; habría (n-s) clientes esperando

Probabilidad de cero clientes en el sistema:

$$P_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{s-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n\right] + \frac{1}{(s-1)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \frac{\mu}{\mu s - \lambda}}$$

Probabilidad de n clientes en el Sistema:

$$a)\ If\ 1 \le n \le s\ \rightarrow\ P_n = P_0 \frac{\rho^n}{n!}$$

$$b)\ If\ s < n\ \rightarrow\ P_n = P_0 \frac{\rho^n}{s!\ s^{(n-s)}}$$

Número medio de canales ociosos

$$d = canales\ ociosos = s - \frac{\lambda}{\mu}$$

Número medio de clientes en el Sistema:

$$n = \frac{P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{(s+1)}}{(s-1)!(s-\frac{\lambda}{\mu})^2} + \frac{\lambda}{\mu}$$

Número medio de clientes en servicio:

$$n_s = s - d$$

Número medio de clientes en cola:

$$n_q = n - n_s$$

Tiempo medio que un cliente está en el sistema:

$$t = t_q + t_s = \frac{P_0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s \mu}{(s-1)!\,(\mu s - \lambda)^2} + \frac{1}{\mu}$$

$$t = \frac{n_q}{\lambda} + \frac{n_s}{\lambda}$$