

CAPÍTULO 6

PLANTEAMIENTO Y SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS. EL ANÁLISIS MULTICRITERIO

Fernando Cañizal Berini / M^a Antonia Pérez Hernando

OCW UNIVERSIDAD DE CANTABRIA • Licencia: CC BY-NC-SA

1. ELABORACIÓN DE ALTERNATIVAS

Conocidas todas las limitaciones y condicionamientos que afectan al proyecto que pretende elaborarse, ya sea surgidos de la Propiedad (capítulos 2 y 5); ya sea de tipo legal (capítulo 3), o de tipo técnico (capítulo 4), y conocidas todas las *acciones* del entorno (que van a incidir sobre la obra objeto del proyecto), gracias a la información recogida y a los estudios previos efectuados (capítulo 4), ha llegado el momento de plantear distintas alternativas válidas para resolver el problema inicial, de modo que, una vez criticadas éstas según del grado de cumplimiento de distintos objetivos, se pueda elegir la óptima o, al menos, el conjunto de aquéllas que son preferibles a otras.

1.1. Predimensionamiento

En la elaboración del anteproyecto no es preciso realizar un dimensionamiento detallado, sino sólo un predimensionamiento, en el que se definan los aspectos fundamentales

de las distintas alternativas. Aunque dependerá del tipo de proyecto, generalmente se iniciará el predimensionamiento con el trazado en planta, para una vez esbozado, definir el alzado o el perfil longitudinal de las alternativas, fijando también unas secciones-tipo.

Habrà que decidir ya aquì no sólo la distribución de espacios o de usos, sino también la solución estructural, la utilización de los principales materiales y la definición a grandes rasgos del posible o deseable proceso constructivo.

Es evidente que habrá que introducir ciertos cálculos comprobatorios de la bondad del predimensionamiento, lo que es factible al tener totalmente definidas las acciones. No obstante, a nivel de anteproyecto será suficiente, por lo general, el uso de métodos y fórmulas simplificadas de cálculo.

1.2. Aspectos a tener en cuenta en la elaboración y crítica de las alternativas

Se ha dicho que es misión del proyectista plantear distintas *alternativas válidas* a un problema. Así pues, deberá desechar, de entrada, aquellas alternativas que puedan calificarse de absurdas para el proyecto que se está abordando, si éstas prescinden totalmente de una serie de aspectos que se van a enumerar a continuación. Por la misma razón, y una vez planteadas distintas alternativas válidas, dichos *aspectos* servirán para enjuiciarlas y determinar así la óptima, como la que mejor cumple con todos ellos. Estos *aspectos a tener en cuenta* pueden encuadrarse en cuatro grandes grupos:

- Aspectos funcionales.
- Aspectos constructivos.
- Aspectos ambientales.
- Aspectos económicos.

1.2.1. Aspectos funcionales

Es evidente que el objetivo básico a cumplir por un proyecto es que sirva, lo mejor posible, al fin para el que fue concebido. Se trata de distribuir los espacios y los flujos (de personas y de productos), del mejor modo posible para cumplir los objetivos prefijados.

Para mejor tener en cuenta estos aspectos suele recurrirse, en ciertos tipos de proyectos, al denominado **análisis funcional**. Mediante él se pretende identificar los distintos elementos componentes de un proyecto y sus respectivas funciones, y establecer posteriormente la relación que debe existir entre estos componentes y sus funciones elementales. Para ello el proyectista suele ayudarse de ciertos gráficos como los “**esquemas de proceso**” (organigramas en el que se relacionan los distintos componentes entrelazándolos, de acuerdo con su necesaria conexión); los “**cuadros de coordinación**” (tablas de doble entrada en las que numéricamente se valora la relación mayor o menor entre los elementos componentes, p.e., con una escala de 1 a 10), y los “**organigramas bloque**” (en los que se distribuyen, en planta, los distintos elementos en forma esquemática, indicando su proximidad el grado de coordinación que deba de existir entre ellos).

Que duda cabe que estos tipos de esquemas, aplicados a ciertos proyectos, ayudarán al proyectista en la labor de dotar a las distintas alternativas de la máxima funcionalidad, así como en la labor de elección de la óptima, de acuerdo con ese criterio.

Dentro de los aspectos funcionales cabe citar también la **elasticidad de las alternativas**, tanto en lo que respecta a capacidad de ampliación futura como a flexibilidad en el funcionamiento. La capacidad de ampliación es un aspecto muy importante dado que, al ser tan elevadas las inversiones, suelen éstas escalonarse en el tiempo, para ir haciendo frente a los incrementos de demanda. Por ejemplo hay que preveer el crecimiento de una industria en un solar, el de un puerto, la incorporación de un tercer carril en una autopista (dejar

preparadas las estructuras), el aumento del número de coches en una unidad ferroviaria o de metro (longitud de andenes, dimensionamiento de estaciones), etc.

1.2.2. Aspectos constructivos

Cabe destacar los aspectos relativos a la utilización de materiales y a los procedimientos constructivos a adoptar.

En lo que respecta a los **materiales** hay que hacer hincapié en que el uso de uno u otro condiciona la tipología de la futura obra que, a su vez, viene condicionada por el entorno. Quizás el proyectista de una presa tenga interés en plantear una de tipo bóveda, pero las características de la cerrada pueden no admitirla, obligándole a escoger soluciones de gravedad o de materiales sueltos. Quizás se plantee una solución de materiales sueltos como un *todo uno* impermeable, pero pueden no existir materiales adecuados en muchos kilómetros. La inexistencia de ciertos materiales y las características del entorno obligan al uso de otro tipo de material y condicionan, por tanto, su tipología.

En esa misma línea, el uso de ciertos elementos prefabricados de grandes dimensiones puede ser imposible en zonas muy inaccesibles (por ejemplo en alta montaña), debiendo decantarse hacia soluciones *in situ*, con sus correspondientes tipologías.

En lo que respecta al **procedimiento constructivo** cabe decir que, por lo general, no suele imponerse un determinado procedimiento al contratista, salvo que la tipología a adoptar esté vinculada a un cierto procedimiento (solicitaciones durante la construcción distintas a las de servicio que han tenido que ser previstas en el proyecto) o que sea imprescindible ese procedimiento para conseguir una determinada calidad o un nivel razonable de seguridad durante la construcción. Pero que duda cabe que el proyectista, al ir concibiendo distintas

alternativas, debe ir analizando cómo pueden éstas construirse. Un defecto grave y común en los proyectos es no tener en cuenta que *aquello* ha de construirse, lo que conduce a la necesidad de plantear futuros proyectos reformados, al ser lo proyectado muy penoso o imposible de construir.

En resumen, el proyectista debe conocer los procedimientos usuales de construcción en el tiempo y lugar concreto y debe de concebir soluciones que obedezcan a métodos constructivos cómodos, rápidos, baratos y sobre todo, seguros.

1.2.3. Aspectos ambientales

Es indudable que cualquier obra que se proyecte causa un impacto en el entorno, tanto durante su construcción como en su explotación, impacto que puede ser simplemente **visual** (estético), **cultural** (daño al patrimonio histórico o artístico), **ecológico** (contaminación del aire, del agua, producción de ruido, impactos sobre la corteza terrestre, la flora y la fauna) y **social** (traslado de comunidades). En caso de obras singulares y ejecutadas en entornos especialmente delicados estos efectos deben de ser estudiados cuidadosamente (hoy es obligatorio ese estudio, véase la Parte Segunda de esta publicación: *Redacción y Tramitación del Proyecto*). Que duda cabe que una solución será tanto mejor cuanto menos impacte, pudiendo alguna alternativa ser desechada de entrada por sus efectos claramente negativos.

1.2.4. Aspectos económicos

Estos aspectos fueron ampliamente analizados en el capítulo anterior. Sólo resta indicar aquí que si bien la comparación entre alternativas (según este criterio) debe hacerse mediante la determinación de algún indicador de rentabilidad (VAN, TIR, etc.), a veces puede prescindirse de todo ese estudio, cuando los beneficios esperados son los mismos para las distintas alternativas. En ese caso bastará con comparar los costes incluyendo, lógicamente,

los de inversión y de operación, debidamente actualizados. Si los de operación fuesen similares para las distintas alternativas, bastaría contabilizar los de inversión. Y aún pudiera darse el caso de que muchos elementos de la futura obra fueran comunes para las diversas alternativas, por lo que cabría sólo comparar los costes de aquellos elementos diferentes. Por último hay que indicar que estos costes nunca serán definidos con mucho detalle para esta evaluación o comparación, entre otras razones, porque en el anteproyecto no están las alternativas totalmente definidas.

1.2.5. Comparación entre alternativas

Desechadas ya aquellas alternativas que no reúnan unos mínimos requisitos en los aspectos funcionales, constructivos, ambientales y económicos, el proyectista se quedará con un número reducido de ellas. Podrá entonces valorarlas de acuerdo con los cuatro criterios citados, asignándoles unas *calificaciones* según el grado de cumplimiento. También podrán darse unos *pesos* a esos criterios de acuerdo con su importancia relativa, que sirvan para ponderar las distintas calificaciones. Se llegará así a la calificación final, lo que hará decantar al proyectista hacia una alternativa, proponiéndola a la Propiedad para su aceptación.

Lo que acaba de exponerse es, en líneas generales, el fundamento del denominado Análisis Multicriterio, que se pasa a estudiar a continuación.

2. EL ANÁLISIS MULTICRITERIO COMO PROCEDIMIENTO DE SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS

Ya se vió en el capítulo anterior como el análisis coste-beneficio adolecía de ciertos defectos, pues por su propia mecánica operativa, el analista estaba obligado a cuantificar todos los efectos, con mejor o peor fortuna (desistiendo de hacerlo para los costes cualitativos), y posteriormente sumarlos, una vez expresados en unidades monetarias.

Estos defectos pretenden solventarse con la evaluación multicriterio, ya que es un método de análisis de distintas alternativas que considera simultáneamente el grado de logro, por cada una, de diversos objetivos, con el fin de proceder a una selección. Para medir el mayor o menor grado de cumplimiento de los objetivos es preciso establecer unos criterios de valoración, que al ser aplicados a las distintas alternativas darán lugar a unas evaluaciones parciales. En general, para poder tratar de un modo operativo las distintas evaluaciones parciales, el método de evaluación deberá incluir algún procedimiento para agregarlas.

El planteamiento es el siguiente:

Sea A el conjunto de alternativas a analizar:

$$A = \{a_i; i = 1 \dots n\}$$

Sea C el conjunto de criterios de evaluación:

$$C = \{c_j; j = 1 \dots m\}$$

Cada criterio de evaluación tendrá un campo V_j de posibles valores (p.e. entre 0 y 100, o una ordenación, 1º, 2º, 3º, etc.). Pues bien, una aplicación del conjunto A en V_j , permitirá asignar una evaluación y_{ij} , de la alternativa a_i según el criterio c_j . Con ello se tendrá la siguiente matriz:

	$c_1 \dots c_j \dots c_m$
a_1	$y_{11} \dots y_{1j} \dots y_{1m}$
a_i	$y_{i1} \dots y_{ij} \dots y_{im}$
a_n	$y_{n1} \dots y_{nj} \dots y_{nm}$

a la que habrá que aplicarle un determinado procedimiento de agregación, como más adelante se verá.

2.1. Fases de la evaluación multicriterio

En la aplicación de la metodología del análisis multicriterio hay que distinguir cuatro grandes fases:

- Definición del conjunto de alternativas.
- Establecimiento de objetivos, criterios e indicadores.
- Evaluación parcial de las alternativas, en relación con cada criterio.
- Agregación de las evaluaciones parciales, previa definición de la importancia relativa de los distintos criterios.

Es interesante destacar el hecho de que mediante ciertas iteraciones entre las distintas fases, puede llegar a enriquecerse mucho la evaluación. Tres son las iteraciones fundamentales que conviene realizar:

1. Iteración *Evaluaciones parciales - Establecimiento de objetivos, criterios e indicadores*. En ocasiones, los resultados de las evaluaciones parciales pueden mostrar la conveniencia de modificar algún criterio o indicador, bien sea porque las alternativas han resultado ser poco sensibles a los indicadores elegidos o porque no reflejan el grado de cumplimiento de los objetivos que intuitivamente poseen dichas alternativas.
2. Iteración *Evaluaciones parciales - Definición de alternativas*. Esta iteración tiene aún más interés que la anterior, por cuanto que, observado el grado de cumplimiento de las alternativas con los distintos objetivos, suele apercibirse el analista que introduciendo ciertas variantes a alguna de las alternativas, el grado de cumplimiento sería mayor. Establecidas estas variaciones, vuelve a efectuarse el proceso.

3. Iteración *Agregación de las evaluaciones - Definición de alternativas*, puesto que una vez obtenidas, de forma global, las alternativas preferidas, siempre puede pensarse en una solución mixta entre ellas, y volver a repetir la evaluación. Por otra parte, en los casos en que en la decisión existen grupos sociales encontrados, siempre estas nuevas alternativas pueden concebirse como soluciones de compromiso.

A continuación se desarrollarán las distintas fases enunciadas.

2.1.1. Definición del conjunto de alternativas

En lo que se refiere a la definición de las distintas alternativas conviene hacer las siguientes puntualizaciones:

- a) Dos alternativas serán distintas siempre que produzcan efectos distintos y, por consiguiente, den lugar a distintas evaluaciones. Así pues, un mismo proyecto podrá ser objeto de varias alternativas, si varía, entre otros aspectos, el instante de puesta en servicio, o existe en una de ellas un escalonamiento en su realización.
- b) Para resolver un determinado problema puede decirse que existen infinitas soluciones. Evidentemente, habrá que sintetizar, y ésta es una importante labor del técnico. En efecto, el conjunto de alternativas a evaluar debe ser representativo de todas las variables posibles, y a la vez ser operativo. Generalmente es imprescindible efectuar una primera selección entre todas las alternativas que puedan preverse. En definitiva es preferible plantear alternativas bien distintas, que no diferenciarlas en base a matices cuyo grado de incidencia puede ser mínimo aunque, con posterioridad, si esta alternativa es elegida habrá que afinar más en su definición con aplicación de criterios técnicos, económicos, constructivos, etc.

c) Enlazando con el apartado anterior, hay que decir que no sólo es fundamental no perder excesivo tiempo y dinero en definir con exquisitez cada alternativa previamente a su evaluación, sino que en ocasiones puede resultar interesante prescindir de ciertas evaluaciones parciales, si éstas van a suponer un elevado coste. En efecto, puede ocurrir, que una vez definida con gran grado de detalle cierta alternativa y evaluada parcialmente de acuerdo con los distintos objetivos, deba ser ésta eliminada de entrada, por pobreza de cumplimiento de objetivos supuestos más importantes, cuya evaluación parcial hubiese sido francamente simple, y no hubiera sido necesario tal grado de definición.

Por esto es a veces interesante efectuar una primera *pasada*, y seleccionadas ya un número manejable de alternativas, profundizar en su definición y en las evaluaciones parciales que revistan mayor dificultad.

2.1.2. Establecimiento de objetivos, criterios e indicadores

Se entiende por **objetivo** una finalidad de carácter amplio, deseada por la colectividad, o parte de ella, y expresada en los términos usuales del sistema político. Los objetivos serán, por tanto, establecidos por la colectividad, por medio de los distintos grupos de intereses o sus representantes. Aún con todo, la decisión final de los objetivos a fijar será competencia de la persona o grupo de decisión.

Los **criterios** son ya atributos concretos cuyos posibles valores o estados deben poder ser cubiertos por un conjunto ordenado. No basta pues, con que los estados deban ser identificables, sino que requiere, como mínimo su ordenabilidad. (P.e., tiempo invertido, comodidad, seguridad).

Cada objetivo puede ser evaluado con uno o varios criterios ya que conviene que éstos sean homogéneos en relación con el efecto a evaluar y no suele ser posible con un sólo criterio analizar el grado de cumplimiento de un objetivo, generalmente amplio. Sin embargo no conviene hacer muy extenso el número de criterios para cada objetivo por dos razones:

- Complica la evaluación.
- Puede producir relaciones de dependencia entre los mismos, que aunque no tenga efecto en las evaluaciones parciales, sí puede tenerlo en la agregación si no se ha tenido en cuenta tal circunstancia.

Corresponde al analista la determinación de los criterios, aunque debe estar en contacto con el grupo decisor y quedar convencidos ambos de que los criterios elegidos son los adecuados para la deseada evaluación parcial de cada alternativa.

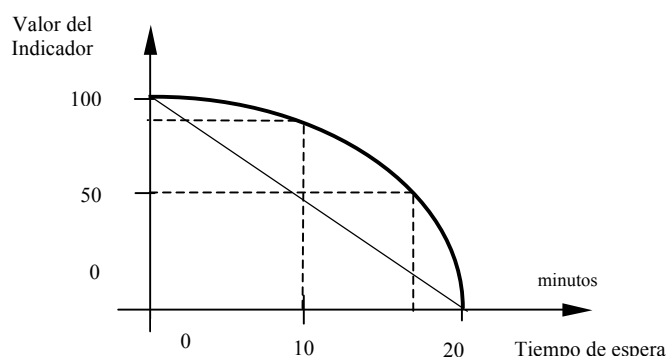
Por último, los **indicadores** constituyen la forma precisa de evaluación. Deben formar un conjunto tal que las evaluaciones parciales resultantes de una alternativa " a_i " representen realmente los efectos de esa alternativa, para que el responsable pueda expresar sus preferencias.

2.1.3. Evaluaciones parciales

Una vez definidas las alternativas y determinados los objetivos, criterios e indicadores, es el momento de realizar las evaluaciones parciales. Estas son, como se ha dicho, aplicaciones del conjunto "A" de alternativas en el conjunto de valores del indicador "j". Esta aplicación deberá hacerse para cada uno de los "j" indicadores correspondientes a los "j" criterios.

En ocasiones, el campo de valores a adoptar por el indicador puede coincidir con una magnitud física, si bien la escala puede no ser idéntica. Para hacer la transformación de una escala de un indicador físico en otra de cumplimiento de un objetivo, suele recurrirse al siguiente procedimiento: determinar el óptimo de la escala (al que suele atribuirse el valor 100), definir el valor mínimo de la misma (valor cero) y establecer la función de

transformación de una escala en otra. Para esta función suele adoptarse la lineal, aunque no siempre es la más adecuada. Supóngase que el tiempo de espera en una estación, para las distintas alternativas, oscila entre 0 (valor 100) y 20 minutos (valor 0).



La ventaja que representa una reducción de 5 minutos para pasar de 20 a 15 es superior a la que supone la reducción de 5 a 0. La función de transformación debería ser del tipo de la figura expuesta.

Una vez efectuadas las evaluaciones elementales, será preciso su agregación. Pero para ello habrá que haber definido previamente una jerarquización entre los criterios, estableciendo los "pesos" relativos de los mismos. Esta labor corresponde al grupo decisor que, como representante de la comunidad, que definirá sus preferencias. Ahora bien, resulta indispensable la colaboración del analista. En cualquier caso no es fácil el establecimiento de esta jerarquía y por supuesto es discutible. En ocasiones será interesante efectuar un análisis de sensibilidad del resultado de la evaluación a la jerarquía de los criterios, para profundizar más en el estudio de aquellos aspectos más sensibles tanto en lo que se refiere a los criterios como a las alternativas.

2.1.4. Agregación de evaluaciones parciales. Métodos

A continuación se va a tratar de la agregación de las evaluaciones parciales, fase final del análisis. Evidentemente esta agregación es absolutamente necesaria para que el grupo decisor posea elementos de juicio para decidirse, lo que llevará a una estructura de preferencia del conjunto de alternativas. Sin embargo no debe hacer esto creer que el análisis multicriterio se convierte así en uno de criterio único. Por un lado, porque nadie hubiera sido capaz de definir *a priori* el criterio con el que se llega a la estructura de preferencia final y por otra parte, porque el análisis comprende no sólo esta estructura final, sino el conjunto del proceso.

Existen diversos procedimientos, que se analizan a continuación.

2.1.4.1. Método de las medias ponderadas

Para aplicar este método es preciso que las evaluaciones parciales " y_{ij} " sean cuantitativas y homogéneas, así como que la jerarquía entre los " j " criterios venga expresada mediante pesos " p_j ".

La media ponderada para cada alternativa " a_i ", adoptará el valor:

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^m y_{ij} \cdot p_j}{\sum_j p_j}$$

Y ofrecerá una estructura de preferencia sobre el conjunto A de tipo cardinal, con lo que podrá ofrecerse no sólo una ordenación sino conocer la preferida y las puntuaciones obtenidas para cada alternativa.

Ejemplo: Sean tres alternativas A, B, y C y tres criterios I, II, III, para los que se indican los resultados de las evaluaciones parciales y los pesos correspondientes.

	I	II	III
A	2	0	3
B	3	2	2
C	0	5	1
Pesos	0,4	0,1	0,5

Se tiene:

$$\text{Alternativa A: } 2 \times 0,4 + 0 \times 0,1 + 3 \times 0,5 = 0,8 + 0,0 + 1,5 = 2,3$$

$$\text{Alternativa B: } 3 \times 0,4 + 2 \times 0,1 + 2 \times 0,5 = 1,2 + 0,2 + 1,0 = 2,4$$

$$\text{Alternativa C: } 0 \times 0,4 + 5 \times 0,1 + 1 \times 0,5 = 0,0 + 0,5 + 0,5 = 1,0$$

Sería preferible la alternativa B

2.1.4.2. Método de las permutaciones sucesivas

Se basa en efectuar una serie de permutaciones, en las distintas hipótesis de preferencia global entre alternativas y adoptar unos índices de concordancia y discordancia en base a la suma algebraica de los pesos (cuando es concordante con signo (+) y si no con signo (-)). Será elegida aquella permutación cuyo valor global sea mayor.

Ejemplo: Sean 3 alternativas a_1 , a_2 y a_3 y cuatro criterios (c_1 , c_2 , c_3 y c_4). Según c_1 , las calificaciones de las alternativas son: a_1 bien; a_2 regular; a_3 mal. Según c_2 el orden de preferencia es: a_1 la 3ª; a_2 la 2ª y a_3 la 1ª; y según c_3 y c_4 , las calificaciones, entre 0 y 10, son las que se indican a continuación:

	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄
a ₁	B	3 ^a	9	7
a ₂	R	2 ^a	5	8
a ₃	M	1 ^a	6	5
Pesos	0,4	0,2	0,3	0,1

Existen tres permutaciones.

a) Supóngase a₁ preferida a a₂;

Concordancia: $(0,4 + 0,3) = 0,7$

Discordancia: $-(0,2 + 0,1) = -0,3$

$V_{12} = 0,7 - 0,3 = 0,4$ lógicamente $V_{21} = -0,4$

b) Supóngase a₁ preferible a a₃.

Concordancia: $(0,4 + 0,3 + 0,1) = 0,8$

Discordancia: $-0,2$

$V_{13} = 0,8 - 0,2 = 0,6$ por tanto $V_{31} = -0,6$

c) Supóngase a₂ preferible a a₃.

Concordancia: $(0,4 + 0,1) = 0,5$

Discordancia: $-(0,2 + 0,3) = -0,5$

$V_{23} = 0$ es decir $V_{32} = 0$

Se tiene por tanto:

Alternativa 1: $V_{12} = 0,4$ $V_{13} = 0,6$

Alternativa 2: $V_{21} = -0,4$ $V_{23} = 0$

Alternativa 3: $V_{31} = -0,6$ $V_{32} = 0$

Por lo que, globalmente, será preferible la alternativa 1.

2.1.4.3. Métodos basados en relaciones binarias entre alternativas.

Los métodos expuestos hasta ahora podrían calificarse de *inmediatos*, por cuanto que, en definitiva, o lo que se obtiene es una ordenación entre las distintas alternativas, no teniendo sentido afirmar que dos alternativas no son comparables.

Sin embargo intuitivamente se ve que la realidad es muy distinta; una alternativa será preferible a otra según una serie de criterios pero no lo será según otros, e incluso existirán criterios para los cuales dos alternativas no serán comparables. Los métodos expuestos son, por tanto simplistas y por la propia esencia de la evaluación multicriterio no conviene ir a resultados tan estrictos, sino ofrecer al decisor una amplia gama de posibilidades con sus "pros" y sus "contras" que deberá sopesar para adoptar la decisión.

Estos métodos consisten en definir una serie de relaciones binarias entre las alternativas. Se trata entonces de obtener el núcleo de un grafo como el subconjunto " A_1 " del conjunto "A" que comprende las *mejores* alternativas. En efecto, por la propia definición de núcleo de un grafo en él deberán estar incluidos los vértices incomparables entre sí, más aquellos que no sean precedidos por ningún otro vértice; en definitiva el núcleo del grafo ó subconjunto " A_1 ", comprenderá aquellas alternativas que no puede decirse que sean peores que otras, tanto si puede afirmarse que son mejores a otras, como si no puede asegurarse que otras sean mejores que ellas.

Los métodos más utilizados dentro de este grupo son los denominados ELECTRE (*eliminación y elección traduciendo la realidad*), cuya versión ELECTRE I se esboza a continuación.

La relación binaria, entre dos alternativas, viene definida por el uso de dos índices y el establecimiento de un criterio para definir dicha relación binaria.

a) Índice de concordancia.

El índice de concordancia entre dos alternativas " a_r " y " a_s " se define como la suma normalizada de los pesos de los criterios para los cuales la alternativa " a_r " es preferida a la " a_s ". Es decir, llamando " j^* " a aquellos criterios " j " para los cuales " a_r " es preferible a " a_s ":

$$crs = \frac{\sum_{j^*} p_j}{\sum_{j=1}^m p_j}$$

Este índice es muy cómodo de calcular y además no requiere que las evaluaciones parciales " y_{ij} " estén establecidas en términos cuantitativos.

b) Índice de discordancia.

Se define como la *mayor desviación relativa* entre las evaluaciones parciales para aquellos criterios en los que " a_r " no es preferible a " a_s ". Es decir, llamando " j^{**} " a esos criterios:

$$drs = \text{Max}_{j^{**}} \frac{|y_{rj^{**}} - y_{sj^{**}}|}{D}$$

donde el valor D supone la máxima dispersión entre las evaluaciones parciales existentes.

La determinación de este índice es algo más compleja puesto que hay que obtener las sucesivas diferencias relativas para los distintos criterios " j^{**} ". Además es evidente que las evaluaciones parciales deberán ser expresadas cuantitativamente.

c) Criterio para definir la relación binaria.

El criterio es muy simple. Elegidos dos valores "p" y "q" ambos entre 0 y 1, la alternativa "a_r" será preferida a "a_s" si se verifica simultáneamente:

$$c_{rs} \geq p$$

$$d_{rs} \leq q$$

lo que equivale a decir, que "a_r" es preferible a "a_s" si la *concordancia* es grande, y la *discordancia* pequeña.

Nótese como el tratamiento del tema es mucho menos inmediato que en los casos anteriores y, sin embargo, la información suministrada es mucho más rica. En efecto si para las alternativas a_r y a_s, el índice de concordancia es 0,6 y el de discordancia es 0,4, resulta muy aventurado afirmar que la alternativa "a_r" es preferida a "a_s".

Naturalmente si "p" está próximo a 1 y "q" próximo a cero, el número de relaciones de preferencia que podrán establecerse será menor que en el caso en que ambos valores se aproximen. Por consiguiente el número de alternativas que constituirán el núcleo del grafo (subconjunto A₁ de las *mejores*) será tanto más amplio. Si aproximamos suficientemente "p" y "q", se irá reduciendo dicho subconjunto y, en el límite se podría obtener una única alternativa: la favorita según los métodos anteriormente descritos. Pero se estaría desvirtuando el método, al estar forzando a relaciones de preferencia harto discutibles. Un ejemplo aclarará el método expuesto.

Ejemplo: Sean 5 alternativas analizadas en base a 4 criterios. Las evaluaciones parciales y pesos entre criterios se indican a continuación, indicando preferencia el mayor valor tanto en la evaluación parcial como en los pesos.

	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄
a ₁	9	6	7	9
a ₂	6	9	10	9
a ₃	8	5	8	9
a ₄	5	6	9	8
a ₅	3	5	6	0
pesos	4	3	2	1

Hay que calcular las matrices de concordancia y discordancia.

Como ejemplo, los índices de concordancia y discordancia de la alternativa “1” respecto de la “2”, son:

$$c_{12} = \frac{4 + 1}{4 + 3 + 2 + 1} = 0,5$$

$$d_{12} = 0,3$$

ya que los únicos criterios en discordancia, son c₂ y c₃ y como D = 10, será:

$$\text{según } c_2 \rightarrow \frac{9 - 6}{10} = 0,3$$

$$\text{según } c_3 \rightarrow \frac{10 - 7}{10} = 0,3$$

en ambos casos el valor es 0,3

Análogamente, los índices de la alternativa “4” respecto de la “3”, son:

$$c_{43} = \frac{3 + 2}{10} = 0,5$$

$$d_{43} = 0,3, \text{ ya que}$$

$$\text{para } c_1 = \frac{8 - 5}{10} = 0,3$$

para $c_4 = \frac{9 - 8}{10} = 0,1$

En resumen:

Tabla de concordancia.

	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅
a ₁	—	0,5	0,8	0,8	1
a ₂	0,6	—	0,6	1	1
a ₃	0,3	0,5	—	0,5	1
a ₄	0,5	0	0,5	—	1
a ₅	0	0	0,3	0	—

Tabla de discordancia.

	a ₁	a ₂	a ₃	a ₄	a ₅
a ₁	—	0,3	0,1	0,2	0
a ₂	0,3	—	0,2	0	0
a ₃	0,1	0,4	—	0,1	0
a ₄	0,4	0,3	0,3	—	0
a ₅	0,9	0,9	0,9	0,8	—

Establecidos ya los índices, hay que aplicar el criterio a fin de obtener el núcleo del grafo, dando para ello distintos valores a "p" y "q".

Para p = 1 y q = 0.

"a₁" domina a "a₅"

"a₂" domina a "a₄"

"a₂" domina a "a₅"

"a₃" domina a "a₅"

"a₄" domina a "a₅"

El núcleo esta formado por: "a₁", "a₂" y "a₃".

Para $p = 0,8$ y $q = 0,1$

"a₁" domina a "a₃"

El núcleo esta formado por: "a₁" y "a₂".

Para $p = 0,8$ y $q = 0,2$

"a₁" domina a "a₄"

El núcleo esta formado por: "a₁" y "a₂".

Para $p = 0,6$ y $q = 0,2$

"a₂" domina a "a₃"

El núcleo esta formado por: "a₁" y "a₂".

Para $p = 0,6$ y $q = 0,3$

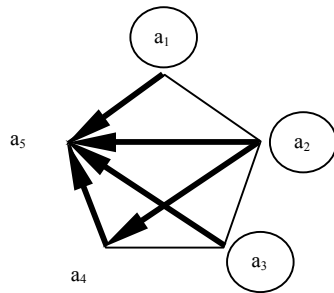
"a₂" domina a "a₁"

El núcleo estaría formado sólo por "a₂".

Nótese como con $p = 0,8$ (relativamente alto) y $q = 0,1$ (relativamente bajo) el núcleo está formado por las dos alternativas favoritas "a₁" y "a₂". Al ir bajando "p" y subiendo "q" se producen unas relaciones de dependencia, que no aportan ninguna información adicional en relación con las alternativas favoritas.

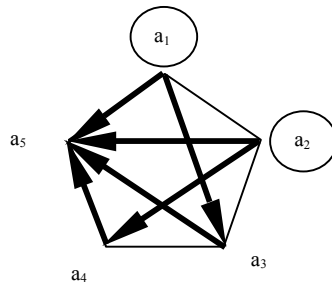
Es preciso bajar mucho "p" (hasta 0,6) y subir mucho "q" (hasta 0,3) para que la alternativa "a₂" domine a "a₁", lo que es un índice de que dichas alternativas no son rigurosamente comparables, ni es objeto de este procedimiento el llegar a una alternativa óptima, sino presentar el conjunto de las mejores opciones.

$p = 1; q = 0$



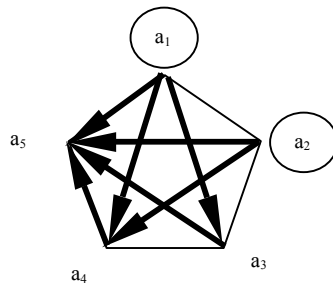
Núcleo a_1, a_2, a_3

$p = 0,8; q = 0,1$



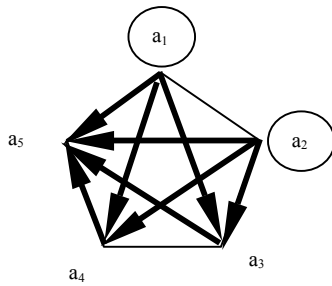
Núcleo a_1, a_2

$p = 0,8; q = 0,2$



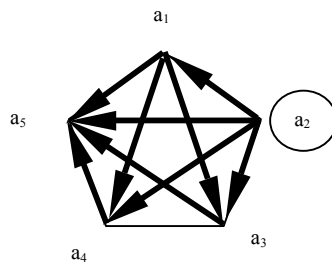
Núcleo a_1, a_2

$p = 0,6; q = 0,2$



Núcleo a_1, a_2

$p = 0,6; q = 0,3$



Núcleo a_2

Si se aplicasen los pesos a las evaluaciones parciales según el método de las medias ponderadas, el resultado (inmediato) sería el siguiente:

1ª	7,7
2ª	8,0
3ª	7,2
4ª	6,4
5ª	3,9

Con lo que habría que elegir la 2ª. Sin embargo supóngase que por la razón que sea el grupo decisor decide que es imposible abordar tal alternativa. Según este método habría que volcarse en la 1ª. No obstante, el método que acaba de exponerse arroja una mayor información en este caso, puesto que habrá que profundizar en la comparación entre la 1ª y 4ª alternativa pero no en la tercera, que será claramente peor que la 1ª.

Así pues, según el método expuesto, puede afirmarse con ciertas garantías ($p = 0,8$ y $q = 0,1$), que la alternativa a elegir debe ser la 2ª ó la 1ª, pero no las demás. Habrá que indicar al órgano decisor que no puede afirmarse, con rigor, que la 2ª alternativa sea preferible a la 1ª. (Tampoco serían rigurosamente comparables las alternativas 3ª y 4ª).

1. ELABORACIÓN DE ALTERNATIVAS.....	1
1.1. PREDIMENSIONAMIENTO	1
1.2. ASPECTOS A TENER EN CUENTA EN LA ELABORACIÓN Y CRÍTICA DE LAS ALTERNATIVAS	2
1.2.1. Aspectos funcionales.....	3
1.2.2. Aspectos constructivos.....	4
1.2.3. Aspectos ambientales.....	5
1.2.4. Aspectos económicos.....	5
1.2.5. Comparación entre alternativas.....	6
2. EL ANÁLISIS MULTICRITERIO COMO PROCEDIMIENTO DE SELECCIÓN DE ALTERNATIVAS.....	6
2.1. FASES DE LA EVALUACIÓN MULTICRITERIO.....	8
2.1.1. Definición del conjunto de alternativas.....	9
2.1.2. Establecimiento de objetivos, criterios e indicadores.....	10
2.1.3. Evaluaciones parciales.....	11
2.1.4. Agregación de evaluaciones parciales. Métodos.....	13
2.1.4.1. Método de las medias ponderadas.....	13
2.1.4.2. Método de las permutaciones sucesivas.....	14
2.1.4.3. Métodos basados en relaciones binarias entre alternativas.....	16