

1. Demostrar que las siguientes condiciones son equivalentes, para toda matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times m}$:
 - \mathbf{A} tiene \mathbf{A}^{-1}
 - $\text{rank}(\mathbf{A}) = m$ (rango)
 - $\text{range}(\mathbf{A}) = \mathbb{C}^m$ (alcance)
 - $\text{null}(\mathbf{A}) = \mathbf{0}$
 - 0 no es un autovalor de \mathbf{A}
 - 0 no es un valor singular de \mathbf{A}
 - $\det(\mathbf{A}) \neq 0$
2. Demostrar que $(\mathbf{AB})^* = \mathbf{B}^* \mathbf{A}^*$, si \mathbf{A} y \mathbf{B} tienen las dimensiones adecuadas.
3. Demostrar que la ecuación (1) es válida

$$\mathbf{v} = \sum_{i=1}^m (\mathbf{q}_i^* \mathbf{v}) \mathbf{q}_i = \sum_{i=1}^m (\mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^*) \mathbf{v} \quad (1)$$

y realizar una interpretación de ambas formas de expresar el vector \mathbf{v}

4. Realizar un programa en Matlab que implemente funciones para realizar las siguientes tareas:
 - a) Representar las bolas unitarias según las normas L_p para $p = \{1, 2, \infty\}$.
 - b) Representar la imagen de la frontera de dichas bolas unitarias al aplicar la matriz de transformación

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$
 - c) A partir de la información obtenida en los dos apartados anteriores, obtener numéricamente la norma L_p inducida para $p = \{1, 2, \infty\}$ de la matriz \mathbf{A}