

# Macroeconomía Dinámica

## Bloque 2. El modelo básico de equilibrio general dinámico



**Virginia Sánchez Marcos**

Departamento de Economía

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

- 1 Introducción
- 2 El hogar representativo
- 3 La empresa representativa
- 4 Los mercados
- 5 Definición de equilibrio general competitivo (ECG)
- 6 El estado estacionario y la senda de crecimiento equilibrado
- 7 La posibilidad de ineficiencia dinámica
- 8 El Gobierno

- para cerrar la economía vista hasta ahora hay que (1) introducir el lado de la producción, (2) especificar como se determinan los precios
- así completaremos la formulación del **modelo de Diamond (1965)**
- extensiones de este modelo constituyen la herramienta de análisis de la **MACROECONOMÍA MODERNA**
- equilibrio parcial: economía pequeña y abierta

# Entorno económico

- en la economía hay muchos hogares iguales (preferencias y dotaciones), puesto que sólo viven dos períodos es un modelo con generaciones solapadas
- los hogares tienen una dotación de tiempo igual a 1 que dedican a trabajar durante el primer período de vida
- en la economía hay muchas empresas iguales que transforman los factores de producción en un único bien utilizando la tecnología disponible
- las variables de los hogares están denotadas con subíndice  $j$  para la EDAD y con subíndice  $t$  para el PERIODO
- hay dos factores de producción en esta economía: trabajo y capital, los hogares son sus propietarios

# Entorno económico

- la tecnología se representa con una función de producción
- el tipo de interés,  $r_t$ , es el precio del capital y el salario,  $w_t$ , es el precio del trabajo
- los hogares y las empresas son precio-aceptantes
- las variables macroeconómicas son el resultado de agregar de decisiones de los agentes económicos
- los precios se determinan como resultado de la interacción entre los agentes económicos (hogares y empresas) en el mercado de capital y de trabajo. El modelo se convierte en un modelo de **equilibrio general**
- el tamaño de las cohortes crece a una tasa constante y exógena  $n$ , el tamaño de la cohorte joven en el periodo  $t$  lo denotamos con  $N_t$

# Problema de optimización del hogar nacido en $t$

$$\max_{c_{1t}, c_{2t+1}, a_{t+1}} U(c_{1t}, c_{2t+1}) = \log c_{1t} + \beta \log c_{2t+1}$$

sujeito a

$$c_{1t} + a_{t+1} \leq w_t$$

$$c_{2t+1} \leq (1 + r_{t+1})a_{t+1}$$

$$c_{1t}, c_{2t+1} \geq 0$$

De las condiciones de primer orden se obtiene que:

$$a_{t+1} = \frac{w_t \beta}{1 + \beta}$$

# Problema de optimización de una empresa en t

- problema estático: las empresas alquilan el capital y el trabajo a los hogares
- rendimientos constantes a escala. Función de producción Cobb-Douglas
- el capital se deprecia a una tasa  $\delta$
- el problema de la empresa:

$$\max_{K_t, L_t} AK_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - w_t L_t - (r_t + \delta)K_t$$

- de las condiciones de primer orden surgen la demanda de factores de producción,  $L_t^d, K_t^d$

$$w_t = (1 - \alpha)AK_t^\alpha L_t^{-\alpha}$$

$$r_t + \delta = \alpha AK_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha}$$

# Agregación de las variables individuales

La construcción de las variables macroeconómicas a partir de las individuales:  
consumo, inversión, oferta de trabajo, producción

$$C_t = N_t c_{1t} + N_{t-1} c_{2t}$$

$$K_{t+1}^o = N_t a_{t+1}$$

$$L_t^o = N_t 1$$

Además,

$$I_t = K_{t+1} - K_t(1 - \delta)$$



# Condiciones de vaciado de mercados

$$L_t^d = L_t^o = N_t$$

$$K_{t+1}^d = K_{t+1}^o = N_t a_{t+1}$$

$$Y_t = F(K_t^d, L_t^d) = C_t + I_t = N_t c_{1t} + N_{t-1} c_{2t} + N_t a_{t+1} - (1 - \delta) K_t$$

# Definición

Dado un capital inicial  $K_0$ , un equilibrio es una secuencia de decisiones óptimas  $\{(c_{1t}, c_{2t}, a_{t+1}), (K_t, L_t, Y_t)\}_{t=0, \infty}$  y precios  $\{r_t, w_t\}_{t=0, \infty}$  tales que:

- 1 dados  $\{r_t, w_t\}_{t=0, \infty}$  la decisión óptima de los hogares es  $\{c_{1t}, c_{2t}, a_{t+1}\}_{t=0, \infty}$
- 2 dados  $\{r_t, w_t\}_{t=0, \infty}$  la decisión óptima de las empresas es  $\{K_t, L_t, Y_t\}_{t=0, \infty}$
- 3 los mercados se vacían

# Dinámica

- Utilizando las condiciones de equilibrio podemos obtener la ley de movimiento del capital por trabajador:  $k_{t+1} = \frac{A\beta}{1+\beta} \frac{(1-\alpha)}{(1+n)} k_t^\alpha$
- Equilibrio de **estado estacionario**:  $k^{EE} = \left( \frac{A\beta}{1+\beta} \frac{(1-\alpha)}{(1+n)} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$
- Análisis gráfico
- La economía con crecimiento de la población ( $N_t = N_{t-1}(1+n)$ ) y progreso tecnológico exógeno ( $A_t = A_{t-1}(1+g)$ )

# La posibilidad de ineficiencia dinámica

- ¿qué asignaciones de consumo son eficientes en esta economía?
- ¿es el equilibrio general competitivo de esta economía eficiente?
- para llevar a cabo un análisis de bienestar necesitamos comparar la asignación del mercado con una asignación que consideremos eficiente
- ¿qué criterio empleamos? maximizar el consumo per capita en el estado estacionario

# La regla de oro

Consideramos la economía con  $n > 0$

$$\frac{C_t}{N_t + N_{t-1}} = \frac{C_t}{N_t(1 + \frac{1}{1+n})} = \frac{C_t}{N_t} \frac{1+n}{2+n} = c_t \frac{1+n}{2+n}$$

donde  $c_t$  es el consumo por trabajador

$$\frac{C_t}{N_t} = \frac{Y_t}{N_t} - \frac{I_t}{N_t} = \frac{Y_t}{N_t} - \left[ \frac{K_{t+1}}{N_t} - (1-\delta) \frac{K_t}{N_t} \right] = f(k_t) - k_{t+1}(1+n) + (1-\delta)k_t$$

$$\max_c \quad c \frac{1+n}{2+n}$$

sa

$$c = f(k) - k(n + \delta)$$

$$\max_k \quad f(k) - (\delta + n)k$$

(Nota: nos abstraemos del posible crecimiento de la productividad)

# La regla de oro

De donde se obtiene que la asignación eficiente debe satisfacer

$$f'(k^{RO}) = (\delta + n)$$

Sin embargo, en el EGC:  $f'(k^{EGC}) = (\delta + r)$

- si  $k^{EGC} > k^{RO}$  la economía es dinámicamente ineficiente, esto ocurre si  $r < n$
- una reducción del capital conduce a una mejora del bienestar
- este resultado es desconcertante con mercados competitivos y sin violar ninguno de los supuestos (información perfecta, ausencia de externalidades, agentes precio aceptantes)
- un planificador social puede usar un mecanismo para transferir recursos en el tiempo que no está disponible en los mercados
- evidencia empírica

# Definición de EGC con gobierno

Dado un capital inicial  $K_0$  y una secuencia de de gasto público e impuestos  $\{G_t, \tau_t^w, \tau_t^k, \tau_t^c\}_{t=0, \infty}$ , un EGC es una secuencia de decisiones óptimas de hogares y empresas  $\{(c_{1t}, c_{2t}, a_{t+1}, n_t), (K_t, L_t, Y_t)\}_{t=0, \infty}$  y de precios  $\{r_t, w_t\}_{t=0, \infty}$  tales que:

- 1 dados  $\{r_t, w_t\}_{t=0, \infty}$  y  $\{\tau_t^w, \tau_t^k, \tau_t^c\}_{t=0, \infty}$  la decisión óptima de los hogares es  $\{c_{1t}, c_{2t}, a_{t+1}, n_t\}_{t=0, \infty}$
- 2 dados  $\{r_t, w_t\}_{t=0, \infty}$  la decisión óptima de las empresas es  $\{K_t, L_t, Y_t\}_{t=0, \infty}$
- 3 los mercados (trabajo, capital y bienes) se vacían
- 4 el presupuesto del gobierno está equilibrado en cada período, es decir el gasto público,  $G_t$  es igual a la recaudación fiscal,  $T_t$ :  

$$G_t = T_t = T(\tau_t^w, \tau_t^k, \tau_t^c, Y_t, C_t, K_t, L_t)$$

Nota: estamos asumiendo que (i) el gasto del gobierno,  $G_t$ , no afecta a la utilidad de los hogares ni a la productividad de las empresas y (ii) el gobierno NO puede endeudarse. Obviamente, podríamos relajar ambos supuestos.