Macroeconomía Dinámica

Ejercicios Bloque 2. El modelo básico de equilibrio general dinámico

Virginia Sánchez Marcos

Departamento de Economía

Macroeconomía Dinámica, OCW-UNICAN Hoja de Ejercicios 2

1 Imagine una economía en la que en cada período t nace una generación de tamaño $N_t = N_{t-1}(1+\mu)$, es decir la población crece a una tasa constante μ. Cada generación vive 2 períodos (etapa de joven y etapa de viejo) y su utilidad viene dada por $U(c_{1t}, c_{2t+1}) = ln(c_{1t}) + \beta ln(c_{2t+1})$. Los individuos disponen de una dotación de tiempo igual a 1 que pueden dedicar a trabajar cuando son jovenes. La función de producción en esta economía es Cobb-Douglas, $F(K_t, L_t) = AK_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$ y las empresas operan en competencia perfecta. El capital se deprecia a una tasa δ.

1.1. Defina el equilibrio general competitivo de esta economía.

1.2. Obtenga las ecuaciones que caracterizan el equilibrio de esta economía. ¿Qué mide el parámetro α en el equilibrio?

1.3. Calcule la ley de movimiento del capital por trabajador en esta economía.

1.4. Calcule el capital por trabajador en el estado estacionario.

1.5. Suponga que la economía se encuentra en el período $t = 0$ con una población de viejos igual a 10. Los parámetros que caracterizan la economía son: $\mu = 0.02$, $\beta = 0.7, A = 1, \delta = 0.1$ y $\alpha = 0.4$. El ahorro de los individuos viejos en el período anterior fue $a_0 = 1$. Calcule:

a) El consumo de cada viejo y de cada joven en el periodo $t = 0$.

b) El capital por trabajador en el equilibrio para los periodos $t = 1, 2$.

c) La tasa de crecimiento de la producción entre los períodos $t = 0$ y $t = 1$ y $t = 1$ y $t = 2$.

d) El valor de la renta total que se reparte en esta economía (renta bruta de trabajo y renta bruta de capital) en el período $t = 1$. Compruebe que es igual al valor de la producción.

2 En una economía nace en cada período t una nueva generación cuyo tamaño crece a una tasa constante μ. Cada generación vive 2 períodos. Los individuos disponen de una dotación de tiempo igual a 1 en su primer período de vida. La función objetivo de un individuo nacido en el período t viene dada por $U(c_{1t}, c_{2t+1}) = ln(c_{1t}) + \gamma \ln(l_t) + \beta ln(c_{2t+1})$, donde c_{1t}es el consumo en t, c_{2t+1}es el consumo en $t+1$ y l_t es el ocio del que disfruta el individuo en t. La función de producción en esta economía es Cobb-Douglas, $F(K_t, L_t) = K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$,donde K_ty $L_t$son, respectivamente, la cantidad de capital y trabajo contratados por la empresa en el período t.El capital se deprecia a una tasa δ.El capital agregado inicial en la economía es $K_{0.}$

a. Escriba las ecuaciones que describen el comportamiento óptimo del ahorro y la oferta de trabajo del hogar.

b. Escriba las ecuaciones que caracterizan el equilibrio general competitivo de esta economía y obtenga la ley de movimiento del capital por unidad de trabajo que describe su dinámica explicando su significado.

c. ¿Cuál es la elasticidad de la oferta de trabajo a variaciones del salario?

d. Suponga que $\beta = 0.4$, ¿cuál es el valor de γ que hace que este modelo sea consistente con los datos de la economía española si se observa que los individuos ofrecen un 50% de su tiempo disponible en el mercado de trabajo?

3 Imagine una economía en la que en cada período t nace una generación de tamaño N. Cada generación vive 2 períodos (etapa de joven y etapa de viejo) y su utilidad viene dada por $U(c_{1t}, c_{2t+1}) = ln(c_{1t}) + \beta ln(c_{2t+1})$. Los individuos disponen de una dotación de tiempo que pueden dedicar a trabajar cuando son jovenes. La función de producción en esta economía es Cobb-Douglas, $F(K_t, L_t) = AK_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$ y las empresas operan en competencia perfecta. El capital se

deprecia a una tasa δ. El gobierno establece un impuesto proporcional sobre la renta de trabajo, τ^w, y un impuesto proporcional sobre la renta del ahorro, τ^k. El gasto público del gobierno G es igual a la recaudación que obtiene vía impuestos (siempre hay equilibrio presupuestario).

1.1. Defina el equilibrio general competitivo de esta economía.

1.2. Obtenga las ecuaciones que defienen el equilibrio de esta economía. ¿Qué mide el parámetro α en el equilibrio?

1.3. Calcule el capital por trabajador en el estado estacionario.

1.4. Suponga que la economía se encuentra en el período $t = 0$ y que los parámetros que la caracterizan son: $N = 10, \beta = 0.7, A = 10, \delta = 0.1$ y $\alpha = 0.4$. Los impuestos son constantes a lo largo del tiempo e iguales a $\tau^w = 0.1$ y $\tau^k = 0.15$. El ahorro de los individuos viejos en el período anterior fue $a_0 = 1$. Calcule:

a) El consumo de cada viejo y de cada joven en el periodo $t = 0$.

b) El capital por trabajador en el equilibrio para los periodos $t = 1, 2$.

c) La tasa de crecimiento de la producción entre los períodos 0-1 y 1- 2.

d) El valor de la renta total que se reparte en esta economía (renta bruta de trabajo y renta bruta de capital) en el período $t = 1$. Compruebe que es igual al valor de la producción.

1.5. Olvídese ahora de la parametrización del apartado anterior y vuelva sobre la expresión genérica del capital por trabajador de estado estacionario. Imagine que la expresión que ha obtenido representa el estado estacionario de la economía española: **(i)** infiera (calcule) el valor del parámetro β a partir de la siguiente información sobre la economía española: $A = 1$, $\alpha = 0.4, \tau^w = 0.25$ y el capital por trabajador en el estado estacionario es 0.03; **(ii)** el gabinete de asesoramiento de la presidencia del Gobierno le contrata para que determine el efecto sobre el estado estacionario de una reducción del impuesto sobre el trabajo hasta $\tau^w = 0.15$. Dada su estimación de β para la economía española, ¿cómo se vería afectada producción por trabajador de estado estacionario si se adopta esta medida?

4 Considere la misma economía que se describe en las diapositivas del Bloque II, pero con la siguiente excepción: la función de producción que opera es $Y_t = K_t^\alpha (A_t L_t)^\alpha$, donde $A_{t+1} = A_t(1 + g)$. Por tanto, en esta economía hay progreso tecnológico exógeno *aumentador de trabajo.* En este contexto se demonina unidades de trabajo eficiente a $A_t L_t$. Denote por r_t el precio del capital y por w_t el precio de cada unidad eficiente de trabajo. Conteste a las siguientes preguntas:

(a) Escriba las ecuaciones que caracterizan el equilibrio general competitivo de esta economía.

(b) Escriba una ley de movimiento para el capital por unidad de trabajo eficiente.

(c) Defina una Senda de Crecimiento Equilibrado como una situación en la que el capital por unidad de trabajo eficiente es constante, obtenga una expresión para el mismo.

(d) ¿Cuál es la tasa de crecimiento del PIB por trabajador en la SCE?, ¿y la del PIB?