

Bloque I. Teoría de consumo y ahorro. El problema de elección inter-temporal

Virginia Sánchez Marcos
Departamento de Economía
Universidad de Cantabria

Notas clase Macroeconomía III, LE

- 1 Introducción
- 2 Modelo básico
 - Ingredientes
 - El problema de optimización de un hogar
- 3 Extensiones del modelo básico
 - Restricciones de crédito
 - Incertidumbre
 - Decisión de oferta de trabajo
 - Impuestos
- 4 Implicaciones contrastables del modelo básico
- 5 La crítica de Lucas
- 6 La economía en equilibrio general
- 7 Modelos de equilibrio general aplicados a la evaluación de políticas
- 8 Referencias

"El consumo es el único fin y propósito de toda la producción", **Adam Smith (1723-90)**

"It is hard to think of economic issues that are more important than the accumulation of capital, and by which citizens, either individually or collectively, make provisions for their future", **Angus Deaton (1992)**

- ¿cuáles son los determinantes del consumo y ahorro?
- el consumo agregado representa algo más del 60-70% del PIB en países desarrollados (consumo de bienes duraderos versus no duraderos)
- el ahorro de la renta personal es la fuente de acumulación de capital
- las decisiones de ahorro afectan a los mercados financieros. La variación de precios en los mismos afecta a la riqueza
- es necesario entender el comportamiento del consumo y ahorro para evaluar el impacto de las políticas fiscales, reformas de los sistemas de pensiones, etc. Necesitamos un modelo
- ACTUALIDAD: impacto de reformas temporales de los impuestos sobre el consumo

Algunos motivos de ahorro

- asignación inter-temporal óptima del consumo
- ahorro precautorio
- restricciones de crédito
- jubilación
- altruismo inter-generacional: herencias

Precursores

- Irving Fisher desarrollo un modelo con consumidores racionales y previsores que toman decisiones inter-temporales
- Teoría renta permanente de Friedman (Premio Nobel 1976)
- Hipótesis ciclo vida de Modigliani (Premio Nobel 1985)

- elección intertemporal del individuo de consumo/ahorro
- supuestos: racionalidad y certidumbre
- los individuos viven 2 períodos
- renta de ciclo vital exógena y precios dados (equilibrio parcial)
- existe un activo financiero que permite a los individuos transferir recursos en el tiempo

Función objetivo

$$U(c_1, c_2) = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

- $u(c)$ separable, continua, diferenciable, creciente, estrictamente cóncava y $\lim_{c \rightarrow 0} u'(c) = \infty$
- $\beta \in (0, 1)$, los individuos son impacientes, valoran más el consumo de hoy que el consumo futuro
- la **relación marginal de sustitución inter-temporal**:

$$dU(c_1, c_2) = u'(c_1)dc_1 + \beta u'(c_2)dc_2 = 0$$

$$RMS_{c_1, c_2} = \frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)} = \frac{u'(c_1)}{\beta u'(c_2)} = -\frac{dc_2}{dc_1}$$

Restricción presupuestaria

$$w_1 + \frac{w_2}{1+r} - c_1 - \frac{c_2}{1+r} \geq 0$$
$$c_1, c_2 \geq 0$$

- todo está medido en unidades del bien de consumo (economía real).
- el individuo/hogar es precio aceptante (salario, w_j , y rendimiento del activo financiero, r)
- la oferta de trabajo es inelástica
- de momento NO se impone ninguna restricción sobre las posibilidades de ahorro/desahorro: los individuos pueden ahorrar o pedir prestado al tipo de interés de mercado
- $1/(1+r)$ mide el coste de oportunidad de 1 unidad adicional de consumo mañana en términos de consumo hoy

El problema de optimización del hogar

$$\max_{c_1, c_2} U(c_1, c_2) = u(c_1) + \beta u(c_2)$$

s.a.

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} - w_1 - \frac{w_2}{1+r} \leq 0$$
$$-c_1, -c_2 \leq 0$$

La solución

$$L(c_1, c_2, \lambda) = u(c_1) + \beta u(c_2) - \lambda \left[c_1 + \frac{c_2}{1+r} - w_1 - \frac{w_2}{1+r} \right] - \mu_1 [-c_1] - \mu_2 [-c_2]$$

$$u'(c_1^*) - \lambda^* + \mu_1^* = 0$$

$$\beta u'(c_2^*) - \frac{\lambda^*}{1+r} + \mu_2^* = 0$$

$$\lambda^* \geq 0 \quad (= 0 \text{ si } c_1^* + \frac{c_2^*}{1+r} - w_1 - \frac{w_2}{1+r} < 0)$$

$$\mu_1^* \geq 0 \quad (= 0 \text{ si } -c_1^* < 0)$$

$$\mu_2^* \geq 0 \quad (= 0 \text{ si } -c_2^* < 0)$$

Por las propiedades de la función objetivo utilizada sabemos que $c_1^*, c_2^* > 0$ y que se consumirá toda la renta (la tercera restricción se satisface con igualdad).

La solución

Tenemos entonces un sistema de 3 ecuaciones y 3 incógnitas:

$$u'(c_1^*) = \lambda^*$$

$$\beta u'(c_2^*) = \frac{\lambda^*}{1+r}$$

$$w_1 + \frac{w_2}{1+r} = c_1^* + \frac{c_2^*}{1+r}$$

- interpretación del multiplicador de Lagrange en el equilibrio!

La solución

Alternativamente, la restricción intertemporal podría expresarse del siguiente modo (restricciones secuenciales)

$$c_1 + a = w_1$$

$$c_2 = w_2 + (1 + r)a$$

Donde el ahorro óptimo debe satisfacer

$$-u'(w_1 - a^*) + (1 + r)\beta u'(w_2 + (1 + r)a^*) = 0$$

$$u''(w_1 - a^*) + (1 + r)^2\beta u''(w_2 + (1 + r)a^*) < 0$$

Ecuación de Euler

$$u'(c_1^*) = (1 + r)\beta u'(c_2^*)$$

- interpretación!
- ejemplos con funciones de utilidad particulares
- la importancia de la **elasticidad de sustitución inter-temporal del consumo** (ESI)
- estimaciones empíricas de la ESI

Estática comparativa

- Variaciones en la renta
 - ▶ transitorias
 - ▶ permanentes

- Variaciones en el tipo de interés
 - ▶ modifica el coste de oportunidad de una unidad de consumo hoy
 - ▶ modifica el valor presente de la renta, las posibilidades de consumo del hogar

Efecto renta y efecto sustitución. Prestamista y prestatario.

- i) Restricciones de crédito
- ii) Decisión de Trabajo
- iii) Impuestos
- iv) Incertidumbre individual y agregada
- v) Otras: agentes de vida infinita (dinastías), decisiones de fertilidad, hogares de más de un adulto, etc.

- Restricciones de crédito/liquidez: mercados de capitales incompletos
- ¿Cómo afecta a la asignación óptima?
- El problema de optimización del hogar es ahora

$$\max_a u(w_1 - a) + \beta u(w_2 + a(1 + r))$$

s.a

$$a \geq -B \rightarrow -a \leq B$$

$$L(a, \mu) = u(w_1 - a) + \beta u(w_2 + a(1 + r)) - \mu [-a - B]$$

- Las condiciones que caracterizan el óptimo

$$-u'(w_1 - a^*) + \beta(1 + r)u'(w_2 + a^*(1 + r)) + \mu^* = 0$$

$$\mu^* \geq 0 \quad (= 0 \text{ si } -a^* - B < 0)$$

- Implicaciones para la teoría!

Conceptos básicos

- los individuos se enfrenta a incertidumbre de salarios, empleo, rendimiento de activos, etc.
- hipótesis de utilidad esperada: el individuo maximiza la utilidad esperada

$$\begin{aligned}
 c_1 &= c + \varepsilon & p \\
 c_2 &= c - \varepsilon & 1 - p \\
 & & pu(c_1) + (1 - p)u(c_2)
 \end{aligned}$$

- ¿qué supuesto hacer sobre la actitud de los individuos frente al riesgo?
aversión, : $u(c)$ estrictamente cóncava
($u(pc_1 + (1 - p)c_2) > pu(c_1) + (1 - p)u(c_2)$)
- ¿cómo se mide la aversión al riesgo?
 - 1 $-u''(c)$
 - 2 $\rho^A = \frac{-u''(c)}{-u'(c)}$
 - 3 $\rho^R = \frac{-u''(c)}{-u'(c)} c$

Un ejemplo

- incertidumbre de ingresos laborales: probabilidad positiva, $(1 - p)$, de estar desempleado
- el problema de optimización del individuo ($r = 0$ y $\beta = 1$)

$$\max_{c_1, c_2} \ln c_1 + p \ln c_2^e + (1 - p) \ln c_2^d$$

s.a

$$c_1 + a = w_1 c_2^e = w_2 + a c_2^d = a$$

- las condiciones de primer orden

$$a : \frac{-1}{w_1 - a^*} + \frac{p}{w_2 + a^*} + \frac{1 - p}{a^*} = 0$$

- El ahorro precautorio y la prudencia

Decisión de oferta de trabajo en período 1

- el individuo deriva utilidad del tiempo de ocio
- el individuo tiene una dotación de tiempo igual a \bar{n}_1 que puede distribuir entre trabajo y ocio. Por cada unidad de tiempo dedicada al trabajo obtiene una remuneración que es el salario de mercado, w .
- la renta laboral del individuo es ahora endógena
- el problema de optimización del hogar

$$\max_{c_1, c_2, a, n_1} u(c_1, \bar{n}_1 - n_1) + \beta u(c_2) = \log(c_1) + \gamma \log(\bar{n}_1 - n_1) + \beta \log(c_2)$$

$$s.a. \quad c_1 + a = wn_1 + y_1$$

$$c_2 = (1 + r)a + y_2$$

- las condiciones de primer orden

$$a : -\frac{1}{wn_1^* + y_1 - a^*} + \frac{\beta(1+r)}{a^*(1+r) + y_2} = 0$$

$$n_1 : \frac{w}{wn_1^* + y_1 - a^*} - \frac{\gamma}{\bar{n}_1 - n_1^*} = 0$$

Decisión de oferta de trabajo en período 1

Las asignaciones óptimas resultan ser:

$$c_1^* = \frac{\bar{n}_1 w + Y}{1 + \gamma + \beta}$$

$$n_1^* = \bar{n}_1 \frac{1 + \beta}{1 + \gamma + \beta} - \frac{\gamma}{w} \frac{Y}{1 + \gamma + \beta}$$

$$a^* = \frac{\beta}{1 + \gamma + \beta} y_1 - \frac{1 + \gamma}{1 + \gamma + \beta} \frac{1}{1 + r} y_2 + \bar{n}_1 w \frac{\beta}{1 + \gamma + \beta}$$

$$c_2^* = \frac{\beta}{1 + \gamma + \beta} (y_1(1 + r) + y_2) + \frac{\beta}{1 + \gamma + \beta} \bar{n}_1 w(1 + r)$$

donde $Y = y_1 + y_2/(1 + r)$

- interpretación!

Decisión de oferta de trabajo en período 1 y 2

- la elasticidad de sustitución intertemporal de la oferta de trabajo
 - ▶ margen intensivo
 - ▶ margen extensivo
- evidencia empírica
- la oferta de trabajo puede ser una forma de suavizar el consumo a lo largo del tiempo (alternativa o adicional al ahorro)

Impuesto sobre el consumo en período 1

La restricción presupuestaria del individuo se modifica

$$(1 + \tau^C)c_1 + a = wn_1 + y_1$$

Las decisiones óptimas son

$$\hat{c}_1 = \frac{\bar{n}_1 w + Y}{1 + \gamma + \beta} \frac{1}{1 + \tau^C}$$

$$\hat{c}_2 = \frac{\beta}{1 + \gamma + \beta} (1 + r)(\bar{n}_1 w + Y)$$

$$\hat{n}_1 = n_1$$

$$\hat{a} = a$$

- no tiene efecto sobre el consumo en el período 2
- el consumo del primer período se reduce en la misma proporción que el impuesto ($c_1 = \hat{c}_1(1 + \tau^C)$). El gasto del individuo es el mismo.

Impuesto sobre la renta en período 1

- la restricción presupuestaria del individuo se modifica

$$c_1 + a \leq (1 - \tau^R)(wn_1 + y_1)$$

- las decisiones óptimas son

$$\hat{c}_1 = \frac{1}{1 + \gamma + \beta} ((1 - \tau^R)y_1 + \frac{y_2}{1 + r}) + \bar{n}_1 w(1 - \tau^R) \frac{1}{1 + \gamma + \beta} < c_1$$

$$\hat{c}_2 = \frac{\beta}{1 + \gamma + \beta} ((1 - \tau^R)(1 + r)y_1 + y_2) + \bar{n}_1 w(1 - \tau^R) \frac{\beta}{1 + \gamma + \beta} (1 + r) < c_2$$

$$\hat{n}_1 = \bar{n}_1 \frac{1 + \beta}{1 + \gamma + \beta} - \frac{\gamma}{1 + \gamma + \beta} \left(\frac{y_1}{w} + \frac{y_2}{w(1 - \tau^R)(1 + r)} \right) < n_1$$

$$\hat{a} = \frac{\beta}{1 + \gamma + \beta} (1 - \tau^R)y_1 - \frac{1 + \gamma}{1 + \gamma + \beta} \frac{1}{1 + r} y_2 + \bar{n}_1 w(1 - \tau^R) \frac{\beta}{1 + \gamma + \beta} < a$$

Impuesto sobre la renta en período 1

- el impuesto distorsiona las decisiones de trabajo y acumulación de capital (salvo los de suma fija). Trabajo y capital son determinantes de la capacidad productiva de un país
- si el gasto público se dedica a financiar inversión productiva o bienes/servicios que proporcionan utilidad a los individuos, las consecuencias macroeconómicas habría que evaluarlas con un modelo que incluyera el efecto de dicho gasto sobre la producción de las empresas o la utilidad de los hogares

1. Implicación contrastable del modelo: la volatilidad del consumo es MENOR que la de la renta

- Consistente con los datos, PERO “exceso de sensibilidad del consumo”
- Posibles extensiones del modelo para ganar consistencia
 - ▶ imperfecciones en los mercados de capitales
 - ▶ tipo de interés endógeno: efectos de equilibrio general

2. Implicación contrastable del modelo: el perfil de consumo es creciente, decreciente o plano

- No consistente con los datos, donde se observa que tiene forma de U invertida (como la renta)
- Posibles extensiones del modelo para ganar consistencia
 - (i) tamaño del hogar
 - (ii) restricciones de crédito
 - (iii) incertidumbre ingresos

(i) + (iii) pueden generar un perfil de consumo similar a los datos (Attanasio y Weber, 1999)

3. Implicación contrastable del modelo: perfil de acumulación de activos en forma de U invertida

- Consistente con los datos, PERO desacumulación es incompleta
- Posibles extensiones del modelo para ganar consistencia
 - ▶ incertidumbre de supervivencia y/o estado de salud: herencias “accidentales”
 - ▶ altruismo intergeneracional: herencias voluntarias
 - ▶ utilidad de consumo y ocio NO separable (Bank et al. 1998).

4. Implicación contrastable del modelo: tasa de ahorro independiente de ingresos

- NO es consistente con los datos
- Posibles extensiones del modelo para ganar consistencia
 - ▶ preferencias (Becker y Mulligan, 1997)
 - ▶ economías de escala en la rentabilidad de activos (Kotlikoff y Summers, 1981)
 - ▶ incentivos del sistema de pensiones (Hugget y Ventura, 2000)
 - ▶ programas de lucha contra la pobreza (Dyanan, Skinner y Zeldes, 2000)

Una ilustración

- considérese un hogar que maximiza

$$\max_{c_1, c_2, a, n_1, n_2} U = \log(c_1) + \log(1 - n_1) + \beta \log(c_2) + \beta \log(1 - n_2)$$

s.a

$$c_1 + a = w_1 n_1 (1 - \tau_1)$$

$$c_2 = (1 + r)a + w_2 n_2 (1 - \tau_2)$$

- la asignación óptima implica que

$$n_1^* = \frac{1}{2} + \frac{1}{2(1 + \beta)} \left[\beta - \frac{w_2(1 - \tau_2)}{(1 + r)w_1(1 - \tau_1)} \right]$$

- el efecto sobre la recaudación impositiva ($T = \tau_1 n_1 w_1 + \tau_2 n_2 w_2$) de una variación de τ_1 :

$$\frac{dT}{d\tau_1} = w_1 n_1 + \tau_1 n_1 \frac{dw_1}{d\tau_1} + \tau_1 w_1 \frac{dn_1}{d\tau_1}$$

¿Qué hemos aprendido?

El análisis anterior tiene algunos inconvenientes y nos indica

1. necesidad de un modelo de equilibrio general. PROXIMA SECCIÓN
2. necesidad de un supuesto sobre los impuestos futuros (reglas de política).

- para “cerrar” la economía vista hasta ahora hay que (1) introducir el lado de la producción, (2) especificar como se determinan los precios
- así completaremos la formulación del **modelo de Diamond (1965)**
- extensiones de este modelo constituyen la herramienta de análisis de la **MACROECONOMÍA MODERNA**

Descripción

- en la economía hay muchos hogares iguales (preferencias y dotaciones), puesto que sólo viven dos períodos es un modelo con generaciones solapadas
- los hogares tienen una dotación de tiempo igual a 1 que dedican a trabajar durante el primer período de vida
- en la economía hay muchas empresas iguales que transforman los factores de producción en un único bien utilizando la tecnología disponible
- las variables de los hogares están denotadas con subíndice j para la EDAD y con subíndice t para el PERIODO
- hay dos factores de producción en esta economía: trabajo y capital, los hogares son sus propietarios

Descripción

- la tecnología se representa con una función de producción
- el tipo de interés, r_t , es el precio del capital y el salario, w_t , es el precio del trabajo
- los hogares y las empresas son precio-aceptantes
- las variables macroeconómicas son el resultado de agregar de decisiones de los agentes económicos
- los precios se determinan como resultado de la interacción entre los agentes económicos (hogares y empresas) en el mercado de capital y de trabajo. El modelo se convierte en un modelo de **equilibrio general**
- no hay crecimiento de la población, todas las cohortes tienen el mismo tamaño N

Problema de optimización del hogar nacido en t

$$\max_{c_{1t}, c_{2t+1}} U(c_{1t}, c_{2t+1}) = \log c_{1t} + \beta \log c_{2t+1}$$

sujeto a

$$c_{1t} + a_{t+1} \leq w_t$$

$$c_{2t+1} \leq w_{t+1} + (1 + r_{t+1})a_{t+1}$$

$$c_{1t}, c_{2t+1} \geq 0$$

Problema de optimización de una empresa en t

- problema estático: las empresas alquilan el capital y el trabajo a los hogares
- rendimientos constantes a escala. Función de producción Cobb-Douglas, ¿por qué?
- el capital se deprecia a una tasa δ
- el problema de la empresa:

$$\max_{K_t, L_t} K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} - w_t L_t - (r_t + \delta) K_t$$

- de las condiciones de primer orden

$$w_t = (1 - \alpha) K_t^\alpha L_t^{-\alpha}$$

$$r_t + \delta = \alpha K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha}$$

Agregación de las variables individuales

La construcción de las variables macroeconómicas a partir de las individuales:
consumo, inversión, oferta de trabajo, producción

$$C_t = N(c_{1t} + c_{2t})$$

$$K_{t+1} = Na_{t+1}$$

$$N_t = N$$

$$I_t = K_{t+1} - K_t(1 - \delta)$$

$$Y_t = F(K_t^d, L_t^d) = C_t + I_t$$

Condiciones de vaciado de mercados

$$N(c_{1t} + c_{2t} + a_{t+1}) \leq K_t^\alpha L_t^{1-\alpha} + (1 - \delta)K_t$$

$$L_t = N$$

$$K_{t+1} = Na_{t+1}$$

Ley de Walras

Definición de equilibrio general competitivo

Dado un capital inicial K_0 , un equilibrio es una secuencia de decisiones óptimas $\{(c_{1t}, c_{2t}, a_{t+1}), (K_t, L_t, Y_t)\}_{t=0, \infty}$ y precios $\{r_t, w_t\}_{t=0, \infty}$ tales que:

- 1 dados $\{r_t, w_t\}_{t=0, \infty}$ la decisión óptima de los hogares es $(c_{1t}, c_{2t}, a_{t+1})_{t=0, \infty}$
- 2 dados $\{r_t, w_t\}_{t=0, \infty}$ la decisión óptima de las empresas es $(K_t, L_t, Y_t)_{t=0, \infty}$
- 3 los mercados se vacían.

La posibilidad de ineficiencia dinámica

- ¿cuál es la asignación óptima de consumo en esta economía?
- ¿es el equilibrio general competitivo de esta economía óptimo?
- para llevar a cabo un análisis de bienestar necesitamos comparar la asignación del mercado con una asignación que consideremos óptima
- ¿qué criterio empleamos? maximizar el consumo per capita en el estado estacionario

La posibilidad de ineficiencia dinámica

$$\frac{C_t}{N_t + N_{t-1}} = \frac{C_t}{N_t(1 + \frac{1}{1+n})} = \frac{C_t}{N_t} \frac{1+n}{2+n} = c_t \frac{1+n}{2+n}$$

donde c_t es el consumo por trabajador

$$C_t = Y_t - I_t = Y_t - [K_{t+1} - (1 - \delta)K_t]$$

$$\frac{C_t}{N_t} = f(k_t) - k_{t+1}(1+n) + (1-\delta)k_t$$

$$\max_k \quad c_t \frac{1+n}{2+n}$$

$$\max_k \quad f(k) - (\delta + n)k = k^\alpha - (\delta + n)k$$

nos abstraemos del posible crecimiento de la productividad

La posibilidad de ineficiencia dinámica

De donde se obtiene que la asignación óptima debe satisfacer

$$f'(k^*) = (\delta + n)$$

Por tanto, si $k^* < k^{EGC}$ la economía es dinámicamente ineficiente, $r < n$

- una reducción del ahorro conduce a una mejora del bienestar
- este resultado es desconcertante con mercados competitivos y sin violar ninguno de los supuestos (información perfecta, ausencia de externalidades, agentes precio aceptantes)
- un planificador social puede usar un mecanismo para transferir recursos en el tiempo que no está disponible en los mercados
- evidencia empírica

La equivalencia Ricardiana

- David Ricardo (1772-1823) y Robert Barro (1974)
- impuestos de suma fija
- equilibrio presupuestario del gobierno período a período

$$G_1 + \frac{G_2}{(1+r)} = T_1 + \frac{T_2}{(1+r)}$$

- la restricción del individuo

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = w_1 + \frac{w_2}{1+r} - T_1 - \frac{T_2}{(1+r)}$$

- cualquier otra combinación (T'_1, T'_2) no altera la restricción presupuestaria del individuo

La equivalencia Ricardiana

- Teorema de equivalencia Ricardiana: una reforma fiscal que no altere el gasto del gobierno y que sólo altere el perfil temporal de impuestos, manteniendo constante el valor actual de los mismos, no tiene efecto sobre el consumo agregado en ningún período.
- supuestos cruciales
 - ▶ impuestos de suma fija
 - ▶ no hay endeudamiento
 - ▶ no hay restricciones de crédito
 - ▶ no hay redistribución intergeneracional de la carga impositiva
- Barro: hogares de vida infinita (altruismo intergeneracional)

Herramienta de análisis

- ¿cómo utilizar los modelos de equilibrio general para abordar una pregunta evaluar políticas?
 - ▶ formulación del modelo
 - ▶ calibración de los parámetros no observables
 - ▶ cuantificación del impacto de una reforma
- ejemplos para la economía española

- Novales y Sebastián (2001), Capítulo 4.
Conesa y Garriga (2004), Capítulo 6 y 8.
Lord (2001), Capítulo 2.
Romer, P. (2005), Capítulos 2 y 7.