

Matemáticas para Economistas

Parte I

Cálculo Diferencial en Varias Variables

Tema 3

Aplicaciones: Función de Utilidad, de Producción y de Costes

Tema 3

Aplicaciones: Función de Utilidad, de Producción y de Costes.

3.1 Función de Utilidad

3.2 Funciones de Producción

3.3 Función de Costes

3.1. Función de Utilidad

3.1.1 Utilidad

3.1.2 Utilidad Marginal

3.1.3 Relación Marginal de Sustitución

3.1.4 Elasticidad y Utilidad

3.1.5 Matriz Hessiana de la Función de Utilidad

3.1.6 Homogeneidad de la Función de Utilidad

3.1.1 Utilidad

$$U : D \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$U = U(x_1, x_2, \dots, x_n) = U(\underline{x})$$

\underline{x} = vector cantidades de bienes que se pueden consumir en un periodo

***k*-ésima curva de nivel o de indiferencia:**

$$N_k = \left\{ \underline{x} \in D \subseteq \mathbb{R}^n \mid U(\underline{x}) = k \right\}$$

Referencias:

Nicholson, W., 2004. Teoría Microeconómica, Thomson, pp. 66-70.
Sydsaeter, K., Hammond, P.J., 2008. Matemáticas para el Análisis Económico, pp. 394.

3.1.2 Utilidad Marginal

$$UM_i : D \subseteq R^n \rightarrow R$$

$$UM_i(\underline{x}) = \frac{\partial U}{\partial x_i}(\underline{x}), i = 1, \dots, n$$

Referencias:

Pindyck, R.S., 2006. Microeconomía, Pearson Prentice Hall, pp. 92, 140.

Sydsaeter, K., Hammond, P.J., 2008. Matemáticas para el Análisis Económico, pp. 414.

Varian, H.R., 2011. Microeconomía Intermedia, Antoni Bosch, pp. 66-67.

3.1.3 Relación Marginal de Sustitución

$$RMS_{ji} : D \subseteq R^n \rightarrow R$$

$$RMS_{ji} = -\frac{UM_i}{UM_j}$$

Nota: Es habitual encontrar en la literatura la RMS en valor absoluto. Se ha optado por conservar el signo de acuerdo con Varian (2011):

Referencias:

Katz, M., Rosen, H., Morgan, W., 2007. *Microeconomía Intermedia*, Mc Graw Hill, pp. 28-30, 47.

Varian, H.R., 2011. *Microeconomía Intermedia*, Antoni Bosch, pp. 50-53,68.

3.1.4 Elasticidad y Utilidad

Elasticidad asintótica de la función de utilidad

$$AE_{+\infty}(U) = \limsup_{x \rightarrow \infty} \frac{xU'(x)}{U(x)}$$

Referencias:

Biagini, S., 2010. In: Cont, R. (Eds.), Expected Utility Maximization: Duality Methods. In: Encyclopedia of Quantitative Finance, Wiley.

Kramkov, D., Schachermayer, W., 1999. The Annals of Applied Probability, 9 (3), 904-950.

Schachermayer, W., 2004. In: Frittelli, M., Runggaldier, W. (Eds.), Utility Maximisation in Incomplete Markets. In: Stochastic Methods in Finance, Wiley, pp. 255-293.

3.1.5 Matriz Hessiana de la Función de Utilidad

$$HU(\underline{x}) = \begin{bmatrix} U_{x_1x_1} & U_{x_1x_2} & \cdots & U_{x_1x_n} \\ U_{x_2x_1} & U_{x_2x_2} & \cdots & U_{x_2x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{x_nx_1} & U_{x_nx_2} & \cdots & U_{x_nx_n} \end{bmatrix}$$

Referencias:

Fernández C., Vázquez, F.J., Vegas, J.M., 2003. *Cálculo Diferencial de varias Variables*, Thomson, 503.

Nicholson, W., 2004. *Teoría Microeconómica*, Thomson, pp. 59-60.

Varian H.R., 1998. *Análisis Microeconómico*, Antonio Bosch, pp. 121.

3.1.6 Homogeneidad de la Función de Utilidad

$$U : D \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

Se dice que U es homogénea de grado r

si $\forall \lambda \in \mathbb{R}$ y $\forall \underline{x} \in D$.

tales que $\forall \lambda \underline{x} \in D$ se verifica que

$$U(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) = \lambda^r U(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Referencias:

Barrios, J.A., Carrillo, M., 2005. Análisis de Funciones en Economía y Empresa. Ediciones Díaz de Santos, pp. 318.

García, J., 2006. Cálculo Diferencial de las Ciencias Económicas, Delta Publicaciones, pp. 199.

Varian H.R., 1998. Análisis Microeconómico, Antonio Bosch, pp. 173.

3.2. Función de Producción

3.2.1 Función de producción

3.2.2 Producto Marginal

3.2.3 Relación Técnica de Sustitución

3.2.4 Elasticidad y Producción

3.2.5 Matriz Hessiana de la Función de Producción

3.2.6 Homogeneidad de la Función de Producción

3.2.1 Función de Producción

$$Y: D \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$Y = Y(x_1, x_2, \dots, x_n) = Y(\underline{x})$$

\underline{x} = vector factores de producción

***k*-ésima curva de nivel o isocuanta:**

$$N_k = \left\{ \underline{x} \in D \subseteq \mathbb{R}^n \mid Y(\underline{x}) = k \right\}$$

Referencias:

Fedriani, E.M., Melgar, M.C., 2010. Matemáticas para el Éxito Empresarial, Pirámide, pp. 246-247.

Nicholson, W., 2004. Teoría Microeconómica, Thomson, pp. 258-261, 322.

Varian, H.R., 2011. Microeconomía Intermedia, Antoni Bosch, pp. 348.

3.2.2 Producto Marginal

$$PM_i : D \subseteq R^n \rightarrow R$$

$$PM_i(\underline{x}) = \frac{\partial Y}{\partial x_i}(\underline{x}), i = 1, \dots, n$$

Referencias:

Pindyck, R.S., 2006. *Microeconomía*, Pearson Prentice Hall, pp. 183-187.

Sydsaeter, K., Hammond, P.J., 2008. *Matemáticas para el Análisis Económico*, pp. 412.

Varian, H.R., 2011. *Microeconomía Intermedia*, Antoni Bosch, pp. 352-356.

3.2.3 Relación Técnica de Sustitución

$$RTS_{ji} : D \subseteq \underline{R}^n \rightarrow R$$

$$RTS_{ji} = -\frac{PM_i}{PM_j}$$

Nota: Es habitual encontrar en la literatura la RTS en valor absoluto. Se ha optado por conservar el signo de acuerdo con Varian (2011):

Referencias:

Katz, M., Rosen, H., Morgan, W., 2007. Microeconomía Intermedia, Mc Graw Hill, pp. 270-271, 320-322.

Varian, H.R., 2011. Microeconomía Intermedia, Antoni Bosch, pp. 353.

3.2.4 Elasticidad y Producción

Elasticidad de producción

$$E: D \subseteq R^n \rightarrow R$$

$$E_{Y,x_i}(\underline{x}) = \frac{\frac{\Delta Y(\underline{x})}{Y(\underline{x})}}{\frac{\Delta x_i}{x_i}} \approx \frac{\partial Y}{\partial x_i}(\underline{x}) \times \frac{x_i}{Y(\underline{x})}$$

Referencias:

Keat, P.G., Young, P.K.Y., 2004. *Economía de Empresa*, Pearson Educación, pp. 292, 320-340.

Varian H.R., 1998. *Análisis Microeconómico*, Antonio Bosch, pp. 26.

3.2.5 Matriz Hessiana de la Función de Producción

$$HY(\underline{x}) = \begin{bmatrix} Y_{x_1x_1} & Y_{x_1x_2} & \cdots & Y_{x_1x_n} \\ Y_{x_2x_1} & Y_{x_2x_2} & \cdots & Y_{x_2x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{x_nx_1} & Y_{x_nx_2} & \cdots & Y_{x_nx_n} \end{bmatrix}$$

Referencias:

Fernández C., Vázquez, F.J., Vegas, J.M., 2003. *Cálculo Diferencial de varias Variables*, Thomson, 519.

Varian H.R., 1998. *Análisis Microeconómico*, Antonio Bosch, pp. 34.

3.2.6 Homogeneidad de la Función de Producción

$$Y: D \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

Se dice que Y es homogénea de grado r

si $\forall \lambda \in \mathbb{R}$ y $\forall \underline{x} \in D$.

tales que $\forall \lambda \underline{x} \in D$ se verifica que

$$Y(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) = \lambda^r Y(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Referencias:

Barrios, J.A., Carrillo, M., 2005. Análisis de Funciones en Economía y Empresa. Ediciones Díaz de Santos, pp. 271-273.

García, J., 2006. Cálculo Diferencial de las Ciencias Económicas, Delta Publicaciones, pp. 199.

Varian H.R., 1998. Análisis Microeconómico, Antonio Bosch, pp. 22.

3.3. Función de Costes

3.3.1 Función de Costes

3.3.2 Coste Marginal

3.3.3 Relación Marginal de Transformación

3.3.4 Elasticidad y Costes

3.3.5 Matriz Hessiana de la Función de Costes

3.3.1 Función de Costes

$$C: D \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$C = C(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(\underline{x})$$

\underline{x} = vector de outputs producidos por una empresa

***k*-ésima curva de nivel o isocoste:**

$$N_k = \{ \underline{x} \in D \subseteq \mathbb{R}^n \mid C(\underline{x}) = k \}$$

Referencias:

De Rus, G., Campos, J., Nombela, G., 2003. Economía del Transporte. Antonio Bosch, pp. 102.

Fedriani, E.M., Melgar, M.C., 2010. Matemáticas para el Éxito Empresarial, Pirámide, pp. 246-247.

Sharkey, W.W., 1982. The Theory of Natural Monopoly, Cambridge, pp. 63.

3.3.2 Coste Marginal

$$CM_i : D \subseteq R^n \rightarrow R$$

$$CM_i(\underline{x}) = \frac{\partial C}{\partial x_i}(\underline{x}), i = 1, \dots, n$$

Referencias:

De Rus, G., Campos, J., Nombela, G., 2003. Economía del Transporte. Antonio Bosch, pp. 103.

Freixas, X., Rochet, J.C., 2000. Economía Bancaria, Antoni Bosch, pp. 99.

Sharkey, W.W., 1982. The Theory of Natural Monopoly, Cambridge, pp. 63.

Webster, T.J., 2003. Managerial economics: theory and practice, Emerald Group Publishing, pp. 256-257.

3.3.3 Relación Marginal de Transformación

$$RMT_{ji} : D \subseteq R^n \rightarrow R$$

$$RMT_{ji} = -\frac{CM_i}{CM_j}$$

Nota: De forma similar a la RMS y a la RTS, se opta por conservar el signo de la RMT, teniendo en cuenta que dicha relación puede encontrarse en la literatura también en valor absoluto.

Referencias:

Berumen, S., 2006. Introducción a la Economía Internacional, Esic Editorial, pp. 199.

Nicholson, W., 2006. Teoría Microeconómica, Cengage Learning Editores, pp. 364.

3.3.4 Elasticidad y Costes

Elasticidad del coste

$$E: D \subseteq R^n \rightarrow R$$

$$E_{C,x_i}(\underline{x}) = \frac{\frac{\Delta C(\underline{x})}{C(\underline{x})}}{\frac{\Delta x_i}{x_i}} \approx \frac{\partial C}{\partial x_i}(\underline{x}) \times \frac{x_i}{C(\underline{x})}$$

Referencias:

Borra, C., 2004. La Estimación de la Demanda de Transportes de Mercancías, Universidad de Sevilla, pp. 32.

De Rus, G., 2006. La Política de Transporte Europea: el Papel del Análisis Económico, Fundación BBVA, pp. 73.

Fromm, G., 1983. Studies in Public Regulation, MIT Press, pp. 281.

Quiroga, A., 2006. Introducción al Cálculo, Delta Publicaciones, pp. 365.

3.3.5 Matriz Hessiana de la Función de Costes

$$HC(\underline{x}) = \begin{bmatrix} C_{x_1x_1} & C_{x_1x_2} & \dots & C_{x_1x_n} \\ C_{x_2x_1} & C_{x_2x_2} & \dots & C_{x_2x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{x_nx_1} & C_{x_nx_2} & \dots & C_{x_nx_n} \end{bmatrix}$$

Complementariedad de los costes: $C_{ij} < 0 \quad (i \neq j, i, j = 1 \dots n)$

Referencias:

Fromm, G., 1983. *Studies in Public Regulation*, MIT Press, pp. 283.

Nehring, K., Puppe, C., 2004. *Modelling Cost Complementarities in Terms of Joint Production*, *Journal of Economic Theory*, 118, pp. 252–264.

De Blander, R., De Frahan, B.H., Offerman, F., *Ex-Post Evaluations of Agricultural and Environmental Policies in the EU with FADN Data: Methods and Results*, European FACEPA project - WP9, pp. 10.

Matemáticas para Economistas

Parte I

Cálculo Diferencial en Varias Variables

Tema 3

Aplicaciones: Función de Utilidad, de Producción y de Costes