Electricidad y Magnetismo

Tema 1; Hoja 2: Problemas de Sistemas de Coordenadas

1. Sea un sistema de coordenadas rectangulares 2D. Consideremos los puntos P$(2, 2)$ y P$'(-2, -1)$. Hallar los vectores $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OP'}$, $\overrightarrow{P'P}$, $\overrightarrow{PP'}$, el vector unitario en la dirección $\overrightarrow{P'P}$ y el módulo de $\overrightarrow{P'P}$.

   (a) $\overrightarrow{OP} = 2\,\hat{x} + 2\,\hat{y}$, $\overrightarrow{OP'} = -2\,\hat{x} - \hat{y}$, $\overrightarrow{P'P} = 4\,\hat{x}{+}3\,\hat{y}$, $\overrightarrow{PP'} = 4\,\hat{x}{-}3\,\hat{y}$, $\widehat{P'P} = 0,8\,\hat{x}{+}0,6\,\hat{y}$, $|\overrightarrow{P'P}| = 4$.

   (b) $\overrightarrow{OP} = 2\,\hat{x}{+}2\,\hat{y}$, $\overrightarrow{OP'} = -2\,\hat{x}{-}\,\hat{y}$, $\overrightarrow{P'P} = 4\,\hat{x}+3\,\hat{y}$, $\overrightarrow{PP'} = -4\,\hat{x} - 3\,\hat{y}$, $\widehat{P'P} = 0,8\,\hat{x} + 0,6\,\hat{y}$, $|\overrightarrow{P'P}| = 5$.

   (c) $\overrightarrow{OP} = 2\,\hat{x}{+}2\,\hat{y}$,$\overrightarrow{OP'} = -2\,\hat{x}{-}\,\hat{y}$, $\overrightarrow{P'P} = 4\,\hat{x}+3\,\hat{y}$, $\overrightarrow{PP'} = 4\,\hat{x} - 3\,\hat{y}$, $\widehat{P'P} = 0,8\,\hat{x} + 0,6\,\hat{y}$, $|\overrightarrow{P'P}| = 5$.

   (d) $\overrightarrow{OP} = 2\,\hat{x} + 2\,\hat{y}$, $\overrightarrow{OP'} = 2\,\hat{x} - \hat{y}$, $\overrightarrow{P'P} = 4\hat{x}{+}3\hat{y}$, $\overrightarrow{PP'} = -4\hat{x}{-}3\hat{y}$, $\widehat{P'P} = 0,8\hat{x}{+}0,6\hat{y}$, $|\overrightarrow{P'P}| = 4$.

   (e) $\overrightarrow{OP} = 2\,\hat{x}{+}2\,\hat{y}$,$\overrightarrow{OP'} = -2\,\hat{x}{+}\,\hat{y}$, $\overrightarrow{P'P} = 4\,\hat{x}+3\,\hat{y}$, $\overrightarrow{PP'} = -4\,\hat{x} - 3\,\hat{y}$, $\widehat{P'P} = 0,8\hat{x} + 0,6\hat{y}$, $|\overrightarrow{P'P}| = 4$.

2. La distancia entre dos puntos P_1 y P_2 es de 6 y el vector unitario entre P_1 y P_2 es $\hat{R} = -0,5\hat{x} + 0,3\hat{y} - 0,7\hat{z}$. Si P_1 es $(-2, 7, 5)$ hallar P_2.

   (a) $(-3, 2.54, 0.9)$
   (b) $(-4, 3.54, 1.9)$
   (c) $(2, -1, -2.6)$
   (d) $(1, 1.07, -0.33)$
   (e) $(-5, 8.8, 0.8)$

3. Disponemos de tres puntos en un sistema de coordenadas rectangular $P_1(-1, -2, 2)$, $P_2(1, -3, 1)$ y $P_3(3, 2, -2)$. Hallar los vectores de posición de los tres puntos.

   (a) $\overrightarrow{OP_1} = -\hat{x} - 2\hat{y} + 2\hat{z}$, $\overrightarrow{OP_2} = \hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$, $\overrightarrow{OP_3} = 3\hat{x} + 2\hat{y} - 2\hat{z}$.

   (b) $\overrightarrow{OP_1} = \hat{x} - 2\hat{y} + 2\hat{z}$, $\overrightarrow{OP_2} = -\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$, $\overrightarrow{OP_3} = -3\hat{x} + 2\hat{y} - 2\hat{z}$.

   (c) $\overrightarrow{OP_1} = \hat{x}{-}5\hat{y}{+}3\hat{z}$, $\overrightarrow{OP_2} = \hat{x}{-}3\,\hat{y}{+}\hat{z}$, $\overrightarrow{OP_3} = 3\hat{x} - 2\hat{y} - 2\hat{z}$.

   (d) $\overrightarrow{OP_1} = -\hat{x} - 2\hat{y} + 2\hat{z}$, $\overrightarrow{OP_2} = \hat{x} + 3\,\hat{y} + \hat{z}$, $\overrightarrow{OP_3} = 3\hat{x} + 4\hat{y} - 2\hat{z}$.

   (e) $\overrightarrow{OP_1} = -\hat{x} - 2\hat{y} + \hat{z}$, $\overrightarrow{OP_2} = \hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$, $\overrightarrow{OP_3} = 3\hat{x} + 4\hat{y} - 2\hat{z}$.

4. Disponemos de tres puntos en un sistema de coordenadas rectangular $P_1(-1, -2, 2)$, $P_2(1, -3, 1)$ y $P_3(3, 2, -2)$. Hallar los vectores unitarios dirigidos desde P_1 hacia el origen y el vector unitario dirigido desde P_1 a P_2. Usar los resultados del problema anterior.

   (a) $\widehat{P_1O} = \frac{1}{3}\hat{x}{+}\frac{2}{3}\hat{y}{-}\frac{2}{3}\hat{z}$; $\widehat{P_1P_2} = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(2\hat{x} - \hat{y} - \hat{z})$
   (b) $\widehat{P_1O} = \hat{x} + \hat{y} - \hat{z}$; $\widehat{P_1P_2} = 2\hat{x} + \hat{y} + \hat{z}$
   (c) $\widehat{P_1O} = \frac{1}{3}\hat{x}{-}\frac{2}{3}\hat{y}{+}\frac{2}{3}\hat{z}$; $\widehat{P_1P_2} = \frac{1}{\sqrt{4}}\,(2\hat{x} + \hat{y} + \hat{z})$
   (d) $\widehat{P_1O} = \frac{1}{5}\hat{x} + \frac{2}{5}\hat{y} - \frac{2}{5}\hat{z}$; $\widehat{P_1P_2} = \hat{x} + \hat{y} + \hat{z}$
   (e) $\widehat{P_1O} = \hat{x} + \hat{y} - \hat{z}$; $\widehat{P_1P_2} = \frac{1}{\sqrt{6}}\,(-2\hat{x} - \hat{y} - \hat{z})$

5. Disponemos de tres puntos en un sistema de coordenadas rectangular $P_1(-1, -2, 2)$, $P_2(1, -3, 1)$ y $P_3(3, 2, -2)$. Hallar el perímetro del triángulo de vértices $P_1P_2P_3$. Usar los resultados del problema anterior.

   (a) $12, 2$.
   (b) $9, 87$.
   (c) $15, 7$.
   (d) $4, 35$.
   (e) $17, 23$.

6. Sean tres vectores en un sistema de coordenadas rectangular $\vec{A} = 2\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$, $\vec{B} = -\hat{x} + 2\hat{y} + 3\hat{z}$, $\vec{C} = \hat{x} - \hat{y} + 4\hat{z}$. Hallar $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C}$.

   (a) $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C} = -2\hat{x} + 3\hat{y} - \hat{z}$
   (b) $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C} = 0\hat{x} + 0\hat{y} + 0\hat{z}$
   (c) $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C} = 0\hat{x} + \hat{y} - \hat{z}$
   (d) $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C} = 0\hat{x} + 3\hat{y} + 0\hat{z}$
   (e) $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C} = \hat{x} + \hat{y} - \hat{z}$

7. Sean tres vectores en un sistema de coordenadas rectangular $\vec{A} = 2\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$, $\vec{B} = -\hat{x} + 2\hat{y} + 3\hat{z}$, $\vec{C} = \hat{x} - \hat{y} + 4\hat{z}$. Hallar $\vec{A} + 2\vec{B} - 3\vec{C}$.

   (a) $\vec{A} + 2\vec{B} - 3\vec{C} = 3\hat{x} - 4\hat{y} + 5\hat{z}$
   (b) $\vec{A} + 2\vec{B} - 3\vec{C} = 3\hat{x} + 5\hat{y} + 4\hat{z}$
   (c) $\vec{A} + 2\vec{B} - 3\vec{C} = 4\hat{x} + \hat{y} - 5\hat{z}$
   (d) $\vec{A} + 2\vec{B} - 3\vec{C} = -3\hat{x} + 4\hat{y} - 5\hat{z}$
   (e) $\vec{A} + 2\vec{B} - 3\vec{C} = -4\hat{x} + 3\hat{y} - 5\hat{z}$

8. Sean tres vectores en un sistema de coordenadas rectangular $\vec{A} = 2\,\hat{x} - 3\hat{y} +\ \hat{z}$, $\vec{B} = -\hat{x} + 2\hat{y} + 3\hat{z}$, $\vec{C} = \hat{x} - \hat{y} + 4\hat{z}$. Hallar el vector unitario que va desde $\vec{A}$ hasta $\vec{C}$.

   (a) $\frac{1}{\sqrt{14}}(-\hat{x} + 3\hat{y} + 2\hat{z})$
   (b) $\frac{1}{\sqrt{14}}(2\hat{x} + 3\hat{y} + \hat{z})$
   (c) $\frac{1}{\sqrt{11}}(-\hat{x} + 3\hat{y} + \hat{z})$
   (d) $\frac{1}{\sqrt{11}}(\hat{x} + 3\hat{y} - \hat{z})$
   (e) $\frac{1}{\sqrt{14}}(-\hat{x} + 2\hat{y} + 3\hat{z})$

9. Sean tres vectores en un sistema de coordenadas rectangular $\vec{A} = 2\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$, $\vec{B} = -\hat{x} + 2\hat{y} + 3\hat{z}$, $\vec{C} = \hat{x} - \hat{y} + 4\hat{z}$. Hallar el vector unitario con la dirección $\vec{A} - \vec{B}$.

   (a) $\frac{1}{\sqrt{38}}(3\hat{x} + 2\hat{y} + 5\hat{z})$
   (b) $\frac{1}{\sqrt{27}}(\hat{x} + 3\hat{y} + \hat{z})$
   (c) $\frac{1}{\sqrt{27}}(-\hat{x} + 3\hat{y} + \hat{z})$
   (d) $\frac{1}{\sqrt{27}}(\hat{x} + 3\hat{y} - \hat{z})$
   (e) $\frac{1}{\sqrt{38}}(3\hat{x} - 5\hat{y} - 2\hat{z})$

10. Sean dos vectores en un sistema de coordenadas rectangular $\vec{A} = 3\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$, $\vec{B} = -\hat{x} + 2\hat{y} + 7\hat{z}$. Hallar su producto escalar.

   (a) $\vec{A} \cdot \vec{B} = \sqrt{24}$
   (b) $\vec{A} \cdot \vec{B} = 5$
   (c) $\vec{A} \cdot \vec{B} = -2$
   (d) $\vec{A} \cdot \vec{B} = 3$
   (e) $\vec{A} \cdot \vec{B} = \sqrt{8}$

11. Sean dos vectores en un sistema de coordenadas rectangular $\vec{A} = 3\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}$, $\vec{B} = -\hat{x} + 2\hat{y} + 7\hat{z}$. Hallar su producto vectorial.

   (a) $\vec{A} \times \vec{B} = -23\hat{x} - 23\hat{y} + 3\hat{z}$
   (b) $\vec{A} \times \vec{B} = -23\hat{x} - 22\hat{y} + 3\hat{z}$
   (c) $\vec{A} \times \vec{B} = -22\hat{x} - 23\hat{y} + 3\hat{z}$
   (d) $\vec{A} \times \vec{B} = -22\hat{x} - 3\hat{y} + 3\hat{z}$
   (e) $\vec{A} \times \vec{B} = 23\hat{x} - 3\hat{y} + 3\hat{z}$

12. Sean dos vectores en un sistema de coordenadas rectangular $\vec{A} = 2\hat{x} - 2\hat{y} + \hat{z}$, $\vec{B} = -\hat{x} + 2\hat{y} + \hat{z}$. Hallar un vector unitario perpendicular al plano que forman ambos vectores.

   (a) $\frac{1}{\sqrt{29}}(-3\hat{x} - 4\hat{y} + 2\hat{z})$
   (b) $\frac{1}{\sqrt{25}}(-3\hat{x} - 4\hat{y} + 2\hat{z})$
   (c) $\frac{1}{\sqrt{25}}(-3\hat{x} + 2\hat{y} + 4\hat{z})$
   (d) $\frac{1}{\sqrt{29}}(-3\hat{x} + 4\hat{y} + 2\hat{z})$
   (e) $\frac{1}{\sqrt{29}}(-4\hat{x} - 3\hat{y} + 2\hat{z})$