EJERCICIOS PROPUESTOS

TEMA 3 LÍMITES Y CONTINUIDAD

CÁLCULO 2012-2013

1. Calcula los siguientes límites usando infinitésimos

   (a) $lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{sen2x}$

   (b) $lim_{x\to 0}\frac{sen^2x+x^3}{1-cosx}$

   (c) $lim_{x\to 0}\frac{senx}{x+x^2}$

   (d) $lim_{x\to 0}\frac{(1+cosx)(x^3-3)senx}{(x^2-x)cosx}$

   (e) $lim_{x\to 0}\frac{sen(tgx)}{senx}$

   (f) $lim_{x\to 0}\frac{ln(1+x)}{tgx}$

   (g) $lim_{x\to -1}\frac{x^2+4x+3}{x^3+4x^2+5x+2}sen(x+1)$

   (h) $lim_{x\to \infty}(x^2+x^3)ln\left(1+\frac{1}{x^3}\right)$

   (i) $lim_{x\to \infty}\frac{sen\left(\frac{x+1}{x^2+3}\right)}{ln\left(1+\frac{x+3}{x^2+7}\right)}$

   (j) $lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{3+ln(1+x^3)}-\sqrt{3-ln(1+x^3)}}{4x^3}$

   (k) $lim_{x\to 0}\left[\frac{\pi}{4x}-\frac{\pi}{2x(e^{\pi x}+1)}\right]$

2. Estudia si tiene límite en x=2

   $f(x)=\begin{cases} x^2-1 & ,x\leq 2 \\ x-1 & ,x>2 \end{cases}$

3. Estudia la continuidad de la siguiente función

   $f(x)=\begin{cases} \frac{e^x}{e^x+1} & ,x\leq 0 \\ x^2+1 & ,x>0 \end{cases}$

4. Estudiar la continuidad en los puntos x=2 y x=3 de la función

   $f(x)=\begin{cases} x & ,0\leq x<2 \\ x+2 & ,2\leq x<3 \\ 2x-1 & ,3\leq x<4 \end{cases}$

5. Dada la función f(x) calcular a y b de modo que la función sea continua

   $f(x)=\begin{cases} -2senx & ,x\leq \frac{\pi}{2} \\ asenx+b & ,-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2} \\ cosx & ,x\geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$

6. Estudiar la continuidad de la función según los valores de a

$$f(x)=\begin{cases} 2x^2-3 & ,x\neq 2 \\ 2a-3 & ,x=2 \end{cases}$$

7. Dada la función

   $f(x)=\begin{cases} \frac{senx}{x} & ,x>0 \\ |1-x^2| & ,x\leq 0 \end{cases}$

   (a) Indicar el dominio de definición de la función

   (b) Estudiar la continuidad dentro del dominio.

8. Dada la función

   $f(x)=\frac{e^{\left(\frac{|x|}{x}\right)}|x|}{x^2-x}$

   (a) Indicar el dominio de definición de la función.

   (b) Estudiar la continuidad en R e indicar si tiene alguna discontinuidad de qué tipo es.

   (c) Justificar si se puede aplicar el teorema de Bolzano en [1/2,3/2].

Soluciones:

1)a=1/2; b=2; c=1; d=6; e=1; f=1; g=2; h=1; i=1; j=$\frac{1}{4\sqrt{3}}$*; k=*$\frac{\pi^2}{8}$

2) La función no tiene límite en x=2

3) La función no es continua en x=0

4) La función no es continua en x=2, si es continua en x=3.

5)a=-1 , b=1

6) La función es continua para a=4

7) a) El dominio es R ; b) La función es continua en todo su dominio

8) a) El dominio es R-{0,1}; b) Discontinuidad en x=0 y x=1; c) No se puede aplicar el Teorema de Bolzano porque no es continua en x=1.