

EJERCICIOS PROPUESTOS

TEMA 7: INTEGRALES

Resuelva las siguientes integrales indefinidas.

INTEGRALES POR CAMBIO DE VARIABLE

1. $I = \int xe^{x^2} dx$

2. $I = \int x\sqrt{1+x^2} dx$

3. $I = \int \frac{x^3}{\sqrt{4+x^2}} dx$

4. $I = \int \frac{(\log x)^3}{x} dx$

5. $I = \int \frac{4x^2}{1+x^3} dx$

6. $I = \int \frac{e^{2x}-1}{e^x} dx$

7. $I = \int xe^{3x^2} dx$

8. $I = \int 2x^3\sqrt{4+x^2} dx$

INTEGRALES RACIONALES

9. $I = \int \frac{4x}{x^2+3x+2} dx$

10. $I = \int \frac{x+1}{x^2+5x+6} dx$

11. $I = \int \frac{x+4}{2x^2+7x+3} dx$

12. $I = \int \frac{x^4+2x^2+4}{x^2+1} dx$

13. $I = \int \frac{x^2+1}{x^2-1} dx$

14. $I = \int \frac{2x}{x^3+6x^2+11x+6} dx$

15. $I = \int \frac{x^2+6x}{x^2+4x+3} dx$

16. $I = \int \frac{x^2+1}{(x-2)(x-1)^2} dx$

17. $I = \int \frac{x^2-3x+2}{x(x^2+2x+1)} dx$

18. $I = \int \frac{dx}{x^4-x^2}$

19. $I = \int \frac{1}{4x^2+4x+2} dx$

20. $I = \int \frac{1}{x^2+4x+5} dx$

21. $I = \int \frac{1}{9x^2+6x+2} dx$

INTEGRALES POR PARTES

22. $I = \int (3x+1)\text{Sen}x dx$

23. $I = \int x^2e^x dx$

24. $I = \int (x^2+4x)e^{x/3} dx$

25. $I = \int \arctag x dx$

26. $I = \int (\log x)^2 dx$

27. $I = \int \frac{\log x}{x^3} dx$

28. $I = \int \log(x^2+1) dx$

29. $I = \int x^2 \operatorname{arctg} x dx$
 30. $I = \int e^x \operatorname{Sen} x dx$
 31. $I = \int x^2 \log(1+x) dx$

INTEGRALES TRIGONOMÉTRICAS

32. $I = \int \operatorname{Sen}^2(x) dx$
 33. $I = \int \operatorname{Cos}^2(x) dx$
 34. $I = \int \operatorname{Sen}^2(x) \operatorname{Cos}^2(x) dx$
 35. $I = \int \operatorname{Sen}^4(x) dx$
 36. $I = \int \operatorname{Cos}^4(x) dx$
 37. $I = \int \frac{\operatorname{Cos}(x)}{1+\operatorname{Sen}(x)} dx$
 38. $I = \int \frac{\operatorname{Sen}^2(x)}{\operatorname{Cos}^4(x)} dx$
 39. $I = \int \operatorname{Sen}^3(x) \operatorname{Cos}^3(x) dx$
 40. $I = \int \frac{1}{\operatorname{Sen}(x)} dx$
 41. $I = \int \operatorname{Cos}^3(x) \operatorname{Sen}^2(x) dx$
 42. $I = \int \frac{\operatorname{Sen}^3(x)}{\operatorname{Cos}(x)} dx$
 43. $I = \int \operatorname{Cos}^3(x) dx$
 44. $I = \int \operatorname{Sen}^5(x) dx$

PROBLEMAS APLICACIÓN INTEGRALES

45. Hallar el área limitada por la curva $\begin{cases} x = 5\operatorname{Cos}(t) \\ y = 4\operatorname{Sen}(t) \end{cases}$ y las ordenadas $x=0$ y $x=5$
46. Hallar el área limitada por el eje de abscisas y la función $y=\operatorname{Sen}x$, entre $x=\pi$ y $x=\frac{3\pi}{2}$.
47. Hallar el área de la región S situada entre las gráficas de las funciones $f(x)=x(x-2)$ y $g(x)=x/2$ sobre el intervalo $[0,2]$
48. Hallar el área entre $f(x)=x\operatorname{Sen}(x)$ y $g(x)=x$
49. Hallar el área de la región limitada por $y=\operatorname{Sen}(x)$, $y=\operatorname{Cos}(x)$, $x=0$
50. Hallar el área limitada por las gráficas de las funciones $3y=x^2$, $y=-x^2+4x$
51. Hallar el área encerrada por la curva $\begin{cases} x = \operatorname{Cost} \\ y = \operatorname{Sent} \end{cases}$, entre $x=-1$, $x=1$
52. Hallar la longitud del arco de curva $y^2 = x^3$ entre el origen y el punto $x=4$
53. Hallar la longitud del arco de curva plana de ecuaciones paramétricas $\begin{cases} x = 2(\operatorname{Cost} + t\operatorname{Sent}) \\ y = 2(\operatorname{Sent} - t\operatorname{Cost}) \end{cases}$ para $t=0$ y $t=2\pi$
54. Hallar la longitud de un arco de la cicloide $\begin{cases} x = (t - \operatorname{Sent}) \\ y = 1 - \operatorname{Cost} \end{cases}$, $t \in [0, 2\pi]$
55. Hallar la longitud del arco de curva cuya ecuación es $y^2 = 8x^3$ correspondiente al intervalo $1 \leq x \leq 3$
56. Hallar el volumen engendrado por las superficies limitadas por las curvas y las rectas dadas al girar en torno al eje OX: $y=\operatorname{Sen}x$, $x=0$, $x=\pi$.
57. Calcular el volumen de la esfera de radio r . Partimos de la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$

58. Calcular el volumen del tronco de cono engendrado por el trapecio que limita el eje de abscisas, la recta $y=x+2$, y las coordenadas $x=4$ y $x=10$ al girar alrededor de OX .

59. Calcular el volumen engendrado por una semionda de la senoide $y=\text{Sen}x$, al girar alrededor del eje OX

60. Hallar el volumen interior de la esfera engendada al girar alrededor del eje x la semicircunferencia
$$\begin{cases} x = 2\text{Cos}(2t) \\ y = 2\text{Sen}(2t) \end{cases} \quad \text{con } t \in [0, 2\pi]$$

61. Calcular el valor de $a \in \mathbb{R}, a > 0$, para que la región plana encerrada entre la parábola $y=x^2$ y la recta $y=a$ sea igual a $4/3$ unidades de superficie.

62. Considera la función $f(x)=x^3 + ax^2 + bx+c$. Para $a > 0$, $b = 0$ y $c = 0$, determina la función f tal que el área de la región limitada por su gráfica, el eje OX (recta $y = 0$) y las rectas $x = 0$ y $x = 1$ sea igual a 3 unidades de superficie.

63. Sabiendo que el área de la región comprendida entre la curva $y=x^2$ y la recta $y=bx$ es igual a $9/2$, calcula el valor de b .

64. Considera la función: $f(x)=|x^2 - 1|$ Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas ($y = 0$) y las rectas verticales $x = -1$ y $x = 1$.

65. Calcular el área de la figura limitada por las curvas $y=2-x^2$, $y=|x|$

66. Considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si, } x < 0 \\ 2x & \text{si, } x \geq 0 \end{cases}$. Calcula el área de la región limitada por la gráfica de la función f , el eje de abscisas ($y=0$), y las rectas verticales $x=-3$ y $x=2$.

67. Determina una función verificando las siguientes condiciones $h(0)=0$, $h'(0)=9$, $h''(x)=-6x$ para todo $x \in \mathbb{R}$

68. Escribe la función primitiva de $y = x^2 + 2x$ cuya representación gráfica pasa por el punto $(1, 3)$.

69. Hallar una función $F(x)$ cuya derivada sea $f(x) = x + 6$ y tal que para $x = 2$ tome el valor 25.

70. Hallar una recta cuya pendiente es 2 y pasa por el punto $P(0, 4)$.

71. Halla el polinomio de segundo grado que pasa por los puntos $(0,1)$ y $(3,0)$, sabiendo que el área limitada por esa curva, el eje Y y el eje X positivo es $4/3$.