CURSO 2007/2008

E.U.I.T. Minas. Cálculo.

- **Primera Prueba 11-11-2007**
- **Segunda Prueba 11-1-2008**
- **Examen Final 31-1-2008**
- **Examen Septiembre 2-9-2007**

PRIMERA PRUEBA DE CÁLCULO -11-11-2007

1. Determinar si las siguientes funciones son pares o impares

$a) f(x) = \operatorname{sen} x \ \cos x$

$b) h(x) = \dfrac{x^3 + x + \operatorname{sen} 3x}{4 + x^2 + \cos 2x}$, $c) g(x) = \dfrac{1 + \cos x}{\operatorname{sen} x^2}$ (1. p)

b) Dadas las funciones $h(x) = x^2$, $g(x) = x^2 + 1$ .Calcular $(g \circ f)(x)$ y $(f \circ g)(x)$ (0.7 p)

c) Calcular el dominio de definición de las funciones $a)\ y = \sqrt{4 - x^2}$ $b)\ y = L(3x - 6)$ (1.3 p)

d) Calcular el infinitésimo equivalente a $(2 - 2\cos x)$, $x \to 0$ (0.8 p)

---

2. Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2\,x^2 & x \le 1 \\ a\,x - 3 & x > 1 \end{cases}$ (1 p)

a) Como se debe elegir el coeficiente a para que la funcion sea continua en x =1 (1.2 p)

b) Enunciar el teorema de Bolzano (0.8 p)

c) Calcular la funcion reciproca (inversa) de $y = x^3 - 2$. (1 p)

d) Enunciar una propiedad de las funciones reciprocas (0.5 p)

---

3. Estudiar la continuidad de la funcion en x = 2 y en los demás puntos del campo real

$$f(x) = \begin{cases} 3 - x & -2 \le x < 2 \\ x - 2 & 2 \le x < 5 \end{cases} \quad (2.5 \text{ p})$$

SEGUNDA PRUEBA DE CÁLCULO -11-I-2008

1. Calcular las integrales

$$\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}\ ,\ \int \frac{2x^3-x-7}{x^3-x^2-x-2}dx\ ,\int \operatorname{sen} 7x\ \operatorname{sen} 2x\,dx\ ,\ \int \frac{e^x\,dx}{e^{2x}+e^x-2} \quad (3\ \text{p})$$

De las cuatro integrales se elegirán tres

---

2. Sea f la funcion dada por $f(x)=\begin{cases} 0 & x=0 \\ x^2 \operatorname{sen}\dfrac{\pi}{x} & x\neq 0 \end{cases}$

a) Estudiar y calcular la derivada de esta funcion en x =0 (0.75 p)

b) Estudiar y calcular la derivada de f en $x \neq 0$ (0.5 p)

---

3. Estudiar si la funcion $f(x)=x-x^3$ satisface las condiciones del teorema de Rolle en el intervalo $[-1,0]$. En caso afirmativo determinar el valor de α (1 p)

b) Definición de diferencial de una funcion en un punto (0.5 p)

---

4. Aplicando L´Hopital calcular el siguiente limite (1 p)

$$\lim_{x\to 1} \frac{L(2x^2-1)}{\operatorname{Tan}(x-1)}$$

b) Calcular las derivadas a) $y=(L\,4x)^2$, b) $y=\operatorname{sen}^3 2x$, c) $y=x\ 3^{1-x}$ (0.75 p) (Hacer dos de las tres derivadas)

---

5. Probar que la funcion $f(x)=|x+1|$ no verifica el teorema de Rolle en el intervalo [-2, 0] (1.25 p)

---

6. Comprobar si la función

$$f:[0,2\pi]\to R$$
$$x\to 2x+\operatorname{sen} x$$

Cumple las condiciones del teorema de los incrementos finitos. En caso afirmativo calcular los puntos a los que hace referencia dicho teorema. (1.25 p)

Nota: Para aprobar el examen hay que sacar al menos 1 punto sobre tres en el primer ejercicio

PRUEBA FINAL DE CÁLCULO -31-I-2008

Primera prueba

1.a) Calcular la funcion inversa de $y = 2x - 3$. Comprobarlo (0.5 p)

b) Estudiar la continuidad de la siguiente funcion $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} & x \neq 1 \\ 6 & x = 2 \end{cases}$

Si la funcion no es continua explicar el tipo de discontinuad (0.5 p)

2.a) Calcular utilizando infinitésimos equivalentes (0.5 p)

$$\lim_{x \to 0} \frac{(1 - \cos x)\operatorname{sen} 4x}{x^3 \cos x}$$

b) Estudiar en todo el campo real la continuidad de la funcion $f(x) = \begin{cases} x \operatorname{sen} \dfrac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ (0.5 p)

Segunda prueba

3. Analizar si la funcion f verifica las condiciones del teorema de Rolle en [0 ,1]; en caso afirmativo hallar el punto al que se refiere el teorema (0.75 p)

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & 0 \leq x \leq \dfrac{1}{2} \\ 2x - 1 & \dfrac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$$

4. a) Estudiar la derivabilidad en todo el campo real de la funcion (0.75 p)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \operatorname{sen} \dfrac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

b) Derivar las siguientes funciones

$$a) y = \cos x^2 + 5\left(\frac{3}{x} + 4\right)^6 \ , \ y = \left(e^{\sqrt{x}} - x\right)^2 \ , \ y = (\operatorname{sen} x)^{\sqrt{x}}$$ (Hacer dos) (0.75 p)

c). Calcular $\lim_{x \to 0} \left(e^x + x\right)^{\frac{1}{x}}$ aplicando L' Hopital (0.75 p)

5. Calcular $\displaystyle\int \frac{(x^2 + 3x + 2)dx}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)}$ $\displaystyle\int (1 + x^2) L x \, dx$, $\displaystyle\int \frac{1 - \sqrt{3x + 2}}{1 + \sqrt{3x + 2}} dx$, $\displaystyle\int \cos^4 dx$ (Hacer tres) (2 p)

Tercera prueba

6. Representar la funcion $y = \dfrac{x^3 + x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x - 3}$ (1.5 p)

7. Desarrollar hasta el término de orden 5 en series de potencias $\sqrt[3]{1 - x}$ (0.75 p)

8. Se construye una caja de base cuadrada tal que la longitud del lado de la base mas la altura es 10 cm. Hallar el volumen máximo de esta caja (0.75 p)

PRUEBA FINAL DE CÁLCULO -2-SEPTIEMBRE -2008

Primera prueba

1. Estudiar la continuidad de la siguiente función $f(x)=\begin{cases} x-1 & x\in[-2,0) \\ x & x\in[0,1] \\ x^2-4 & x\in(1,3\ ] \end{cases}$

Estudiar la continuidad en x=0, x=**1** **(1.25 p)**

2. Calcular utilizando infinitésimos equivalentes

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-1}{\sqrt{1+x}-1}$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 2x}{1-\cos x}$, Calcular el siguiente límite $\lim\limits_{x\to 1} 3^{-\frac{x}{Lx}}$ **(1.25 p)**

Segunda prueba

3. Analizar si la función $f(x)=|x+1|$ no verifica las condiciones del teorema de Rolle en [-2 ,0] (**1 p**)

4. a) Para que valores de x es derivable la función **(0.5 p)**

$$f(x)=\begin{cases} \operatorname{sen} x & x>0 \\ 0 & x=0 \\ x-\dfrac{x^3}{3} & x>0 \end{cases}$$

b) Calcular la función derivada **(0.3 p)**
c) Derivar las siguientes funciones

a)$y=(\operatorname{sen} x)^{\cos x}$, $y=\dfrac{2^x}{Lx}$, $y=\operatorname{sen}^3 2x\cos 3x$ (Hacer dos) **(0.6 p)**

5. Calcular $\displaystyle\int\frac{(x^3-x)dx}{x^2+4x+13}$, $\int x^2 \operatorname{arco\,tang} x\,dx$, $\displaystyle\int\frac{dx}{1+2\operatorname{sen} x+\cos x}$ ($\operatorname{tang}\frac{x}{2}=t$, $\displaystyle\int\frac{e^{\frac{1}{x}}+1}{x^2}dx$ (Hacer tres)) **(1.85)**

Tercera prueba

6. Dada la función $y=\dfrac{1-x^2}{x^2}$

a) Dominio, simetrías y puntos de corte con los ejes **(0.5 p)**
b) Crecimiento , decrecimiento y extremos **(0.5 p)**
c) Asuntotas y representación gráfica **(0.5 p)**

7. Desarrollar hasta el término de orden 5 en series de potencias $\sqrt[3]{8+x}$ **(0.75 p)**

8. Consideres la función $f(x)=2x^2-ax+3b$ .calcular a y b de forma que la recta de ecuación $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$ sea tangente al grafico de f en el punto (1,2) **(1 p)**

9. Dado el polinomio $f(x)=x^3+4x^2-5x+8$, escribirlo en potencias de (x−2), utilizando Taylor **(0.75 p)**