CURSO 2009/2010

E.U.I.T. Minas. Cálculo.

- **Primera Prueba 19-11-2009**
- **Segunda Prueba 21-12-2009**
- **Tercera Prueba 26-01-2010**
- **Examen Final 8-2-2010**

EXAMEN CÁLCULO -19-XI-2009
Primera Prueba

1. a) Estudiar la paridad de la función: $f(x)=\dfrac{x^3+x+\operatorname{sen} x}{4+x^2+\cos x}$ (0.5 p)

b) Calcular el dominio de definición de la función $f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{x^2-4}}$ (0.75 p)

c) Resolver la ecuación $\sqrt{1-x^2}=1-|x|$ (0.5 p)

d) Calcular el extremo superior, el extremo inferior, máximo y mínimo, si es que existen del subconjunto: $x^2-3x+2\le 0$ (0.75 p)

2.Se considera la función $f(x)=|3x+2|$

a) Estudiar y representar la grafica de la función (0.75 p)

b) Razonar si la $f:R\to R$ es inyectiva, sobreyectiva y biyectiva (0.5 p)

b) Demostrar que la función $f(x)=x^3-10$ se anula en un punto del intervalo [2,3], como aplicación del teorema de Bolzano (1 p)

3. a) Calcular utilizando infinitésimos equivalentes

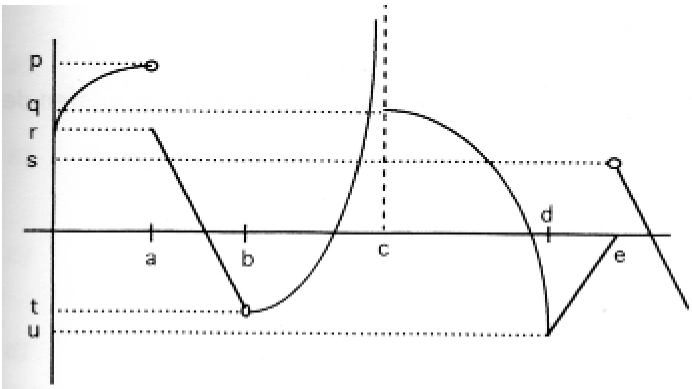
a) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\operatorname{sen}(x-1)}{x-1}$ b) Calcular $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{10-x}-2}{x^2-2x}$ (1.5 p)

b) La función $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x+1}$ es discontinua en x=-1. Razona como la puedes hacer continua en dicho punto y de que tipo de discontinuidad se trata (0.75 p)

c) Calcular el valor de a para que la función sea continua

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{a-2}{x+3} & x<3\\ 2x & x\ge 3\end{cases}\qquad (1\ \text{p})$$

4.a) Calcular los limites laterales de la siguiente función en los puntos a , b , c , d. En que caso la función tiene limite en dicho punto y dar su valor (0.5 p)



b) Como clasificarías los números 125.677777777……, 0.66666…… Razona la respuesta (0.5 p)

c) Calcular la función inversa de $y=\sqrt{Lx}$ (0.5 p)

d) Razonar si la función $f[x]=-x^3+3x$ esta acotada en el intervalo [-1,2] (0. 5 p)

Segunda Prueba Calculo 21-12-2009

1. Calcular la integral $\int \frac{x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 6}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8} dx$ (4 p)

2. Calcular la integral $\int \operatorname{sen}^3 x \cos^2 x \, dx$ (3 p)

3. Calcular la integral $\int \frac{\sqrt{x}\, dx}{x + \sqrt{x}}$ (3 p)

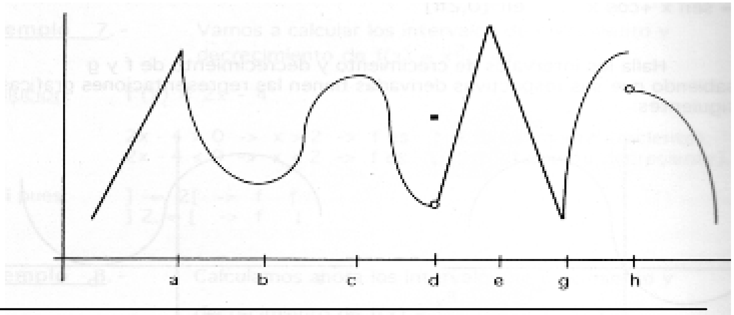
4. Calcular la integral $\int \frac{dx}{\sqrt{16 + x^2}}$ (3 p)

EXAMEN CÁLCULO -26-I-2010
Tercera Prueba

1. a) Calcular las derivadas de las funciones $y = 2^{x \tan g\, x}$, $y = \mathrm{Log}\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{1-\cos x}}$ **(1 p)**

b) Calcular la derivada en x=0 de la función $f(x) = \sqrt[3]{x}$ .Razonar su interpretación geométrica **(0.75 p)**

c)Dada la representación grafica de la figura , indicar los extremos relativos y donde la función es derivable , y no es derivable ,así como donde no es continua pero tiene extremos relativos **(1 p)**



---

2. a) Analizar y representar la función $f(x) = \dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ **(1.25 p)**

3.a)La suma de dos números no negativos vale 10 .Calcular dichos números para que la suma de sus cuadrados sea máxima **(1 p)**

b) Calcular un valor aproximado de $e^{0.1}$ utilizando un polinomio de grado tres. Calcular una cota del error cometido. (Se utilizara el desarrollo de la función $f(x) = e^x$ **(1 p)**

c) Calcular a, b, c tales que la grafica de la función $y = a x^3 + b x^2 + c x$ tenga tangente horizontal en el punto de inflexión (1,1) **(1 p)**

d) Calcular aproximando por la diferencial $\sqrt{8}$. Se utilizara la función $y = \sqrt{x}$ **(1 p)**

4.a) Calcular los valores de los parámetros a, b, c para la siguiente funciona cumple la hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo [-2,2]. Calcular los puntos correspondientes a la tesis **(1 p)**

$$f(x) = \begin{cases} a x & x \le 0 \\ x^2 + b x + c & x > 0 \end{cases}$$

b) Desarrollar en serie de potencias la función hasta el termino de orden 8 $f(x) = \dfrac{1}{\left(1+x^2\right)^{\frac{1}{2}}}$ **(1 p)**

Examen final CÁLCULO -8-II-2010
Tercera Prueba

1. a) Calcular el mínimo y el máximo absoluto de la función $f(x)=-\frac{x^3}{3}+x$ en el intervalo [-1, $\sqrt{3}$] .Se recomienda representar la función (1 p)

b) Se define la función $f(x)=x-\frac{a}{x}, x\neq 0$. Determinar a de modo que f tenga un mínimo en x=2, f tenga un máximo en x=-1 (1 p)

2.a) Calcular las derivadas $y=x^{\cos x}$, $y=\cos\sqrt{2^x}$, $y=\sqrt[3]{\text{arco sen}(1-x)}$ (1 p)

b) Comprobar si la función siguiente cumple el teorema del valor medio en el intervalo [0,2] . En caso afirmativo hallar el punto o puntos correspondientes a las tesis (1.25 p)

$$f(x)=\begin{cases}2x & x\leq 1\\ -x^2+3x & x>1\end{cases}$$

---

3. Representar la función $f(x)=\frac{\text{Log}\,x}{x}$ (1.5 p)

---

4. a) Justificar si es aplicable el teorema de Rolle a la función $f(x)=\frac{1}{1+|x|}$ en [-1 ,1] .En caso afirmativo hallar el punto c de la tesis (1.25 p)

b) Derivar la función $f(x)=\left|x^2-4\right|$ en x=2 (1 p)

c) Estudiar la derivabilidad de la función en los puntos en que se indica

$$f(x)=\begin{cases}\text{sen}\,x & x<0\\ e^x-1 & x\geq 0\end{cases}\quad \text{En } x=0 \text{ y en todo R (1 p)}$$

c)Calcular un valor aproximado de seno(0.2) aproximando por un polinomio de grado tres. Calcular una cota del error cometido. (Se utilizara el desarrollo de la función $f(x)=\text{sen}\,x$ (1 p)

d) Desarrollar en serie de potencias hasta el orden 6 la función $f(x)=\frac{x}{9+x^2}$ (1 p)

Primera Prueba

4. a) Estudiar la continuidad de la función en todo el campo real (1.5 p)

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x^2+1}{x^2+x}\\ 2\\ \frac{x^2-1}{x^2-x}\end{cases}$$

b) Justificar si la función $f(x)=\frac{3}{4-x^2}$ es continua en [-1,1] (0.75 p)

c) En caso afirmativo hallar los valores máximo y mínimo absoluto de f(x) en dicho intervalo (0.75p)

5a) Calcular aplicando infinitésimos

$$\lim_{x\to 8}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{x-8}\quad \textbf{(1 p)}$$

b) Calcular por cualquier método

$$\lim_{x\to 0}(\text{sen}\,x)^{5x}\quad \textbf{(1 p)}$$

c) Demostrar que la función $f(x)=x^3-10$ se anula en un punto del intervalo [2,3] como aplicación del teorema de Bolzano (**0.75 p**)

6)a) Dada la función f(x)=4x-6; se pide: a) calcular f^{-1} , b) Calcular $f^{-1}(f(3))$ y $f(f^{-1}(3))$ **(1 p)**

b) Estudiar la paridad de las siguientes funciones: a) $f(x)=|x|$, b) $g(x)=\frac{1}{x}$, c) $h(x)=\frac{x^3}{x^2+3}$ **(1 p)**

c) Estudiar el dominio de definición de las funciones

$$a) f(x)=\sqrt[3]{\frac{x}{x^2-5x+6}} \quad , \; b) \; g(x)=\mathrm{Log}(x^2-5x+6) \;\;) \;\; \mathbf{(1\ .25)}$$

d) Razonar si la función $f[x]=x^2+1$ esta acotada en el intervalo [-1,1] . Si es así, Calcular Una cota superior, Una cota inferior, Extremo superior, Extremo inferior, Máximo, Mínimo **(1 p)**

<u>**Segunda Prueba**</u>

7. Calcular las integrales

a) $\int \frac{3x^2-5x+3}{(x-2)(x^2+1)}dx$ (3 p) , b) $\int \frac{x+\sqrt[4]{x}}{\sqrt[3]{x}}dx$, (2 p) , c) $\int \mathrm{sen}^5 x\,dx$, (2 p) d) $\int \frac{\mathrm{sen}\,x+1}{\cos x-1}\,dx$ (3 p) e) $\int e^{2x}\cos x\,dx$ (2 p)
