

EXAMEN FINAL CÁLCULO

4 de febrero de 2013

Para realizar el examen no está permitido el uso de apuntes, libros o calculadoras programables. Los ejercicios que lo requieran deberán estar explicados en la medida de lo posible.

PARTE 1

Ejercicio 1.- (4.5 PUNTOS) Resolver:

- a) $|1 - 2x| = |3 - x|$
c) Sea $f(x) = \frac{x+3}{x-5}$ y $g(x) = \frac{5x+3}{x-1}$ demostrar que son inversas
d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - \text{Sen}(x)}{x \text{Sen}(x)}$
e) El dominio de la siguiente función: $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x-5}$

Ejercicio 2.- (2.5 PUNTOS) Razonar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas

- a) La función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ $f(x) = |2x|$ no es sobreyectiva
b) La función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = x^2$ es inyectiva

Ejercicio 3.- (3 PUNTOS) Halla a, b y c para que la función f(x) verifique la hipótesis de Rolle en el intervalo [0,4]

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & , x < 2 \\ cx + 1 & , x \geq 2 \end{cases}$$

PARTE 2

Ejercicio 1. (3 PUNTOS) Dada la función $f(x) = \frac{2x^2+3}{(x+1)^2}$

- a) Monotonía, Máximos y Mínimos
b) Curvatura y puntos de inflexión

Ejercicio 2.- (4 PUNTOS) Dada la función $f(x, y) = 2xy + x^2 + 2\sqrt{y} - 3$

- a) Calcular el gradiente de f en el punto (1,1)
b) d^2f en el punto (1,1)
c) Calcular la derivada de f en la dirección (2,-1) en el punto (1,1)
d) Calcular la derivada de f según la dirección $2x + y = 0$

Ejercicio 4. (3 PUNTOS) Dada la función $y = \text{Ln}(2+x)^2$.

- a) Calcula el desarrollo de Mac Laurin hasta orden 4.
b) Escribe el término general y^n
b) Usa el polinomio anterior para calcular el valor aproximado de $\text{Ln}(2.2)^2$ (con 5 cifras significativas)

PARTE 3

Ejercicio 1 .- Resuelve las siguientes integrales: (2 PUNTOS CADA UNA)

a) $I = \int \frac{1}{x^4-x^2} dx$ b) $I = \int \text{sen}^3 x \cdot \text{cos}^3 x dx$ c) $I = \int \frac{\text{ln} x}{x^3} dx$

Ejercicio 2.- (1.5 PUNTOS) Calcular el área A de la región acotada del plano que queda encerrada entre: la curva $y^2 = 4x$ y la recta $y = x$

Ejercicio 3.- (1.5 PUNTOS) Hallar la longitud del arco de curva plana, entre $x=0$ y $x=5$, de ecuaciones paramétricas:

$$\begin{cases} x = 5\text{Sen}(t) \\ y = 5\text{Cos}(t) \end{cases}$$