PRIMERA PRUEBA DE ÁLGEBRA -5-11-2008

1. Resolver el sistema utilizando la descomposición LU (3.p)

$$\begin{aligned} x - y + z &= 4 \\ -x + 2y - z + 2t &= -3 \\ x - y + 5z + 2t &= 16 \\ 2y + 2z + 6t &= 8 \end{aligned}$$

---

2. Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$ .Resuelva la siguiente ecuación matricial en X (2.5 p)

$$XB(A + A^2) - (XB - B^2)A - B^2A = A.$$

---

3. Calcular mediante transformaciones elementales la matriz inversa de (1.5 p)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

---

4. Reducir las siguientes expresiones matriciales (2 p)

$$A^{-1}.\left(A.B^{-1} + A\right).B - \left[B.(A.B)^{-1}.A\right]^{-1}$$

---

5. Definir (1 p)

a) Matriz simétrica

b) Matriz adjunta

c) matriz ortogonal

d) Menor complementario

SEGUNDA PRUEBA DE ÁLGEBRA -17-12-2008

1.Sean U y W los subespacios vectoriales de R^3 definidos por U ={(x ,y , z)/z=0 } , V=definido por los vectores {(0,1,1,),(2,0,1) ,(2,1,2)}

a) 0btener una base de U y dimensión de U (1 p)

b) Obtener una base de V y dimensión de V (0.75 p)

c) 0btener una base de ((U+V), y dimensión de U+V (1.25 p)

d) 0btener una base de U∩V y su dimensión (2 p)

---

2. Dado el sistema

$$\begin{aligned} 2x + y &= 5 \\ -3x + 2y &= -6 \\ x - 3y &= 7 \end{aligned}$$

a) Comprobar que es incompatible y resolverlo por mínimos cuadrados (4 p)

b) Hallar el error cuadrático (1 p)

EXAMEN FINAL DE ÁLGEBRA -3-Febrero -2009

Primer Parcial

1. Dado el sistema

$$\begin{aligned} x+3y-az&=4\\ -ax+y+az&=0\\ -x+2ay&=a+2\\ 2x-y-2z&=0 \end{aligned}$$

Discutirlos según los valores de a **(2 p)**

Resolverlo cuando sea compatible **(2 p)**

---

2. Reducir

$$A.(C.B)^{-1}+A^{-1}\left(C.B^{-1}\right)^{-1}-\left(A.B^{-1}+A^{-1}.B+C\right).C^{-1}$$ **(2 p)**

---

3. Resolver el sistema usando el método LU

$$\begin{aligned} 2x\ +0y+z-t&=6\\ 6x+3y+2z-t&=15\\ 4x+3y-2z+3t&=3\\ -2x-6y+2z-14t&=12 \end{aligned}$$ **(4 p)**

Segundo parcial

1. Decir razonadamente si los siguientes subespacios de R 4

$$V_1=\{(x,y,z,t)\in R^4/x+y-2z=0$$

$$V_2=\{(x,y,z,t)\in R^4/\begin{cases} x=y=0\\ 2z-t=0 \end{cases}$$

Cumplen que la suma es directa . es decir :

$$V_1\oplus V_2=R^4$$ **(3 p)**

---

2. Calcular la matriz de proyección para el subespacio S={{1,0,0},{0,1,0},{2,1,0}}. Calcular la proyección del vector (1, 1,1) sobre S **(4 p)**

3.Dados los subespacios de R4 U={(1,0,1,1),(0,1,1,1)} , V={{1,-1,0,0},{1,1,1,1},{1,0,0,0}}.

Calcúlese una base de la suma y una de la intersección de los subespacios **(3 p)**

Tercer Parcial

1. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Estudiar si son dos matrices semejantes **(4 p)**

---

2. Diagonalizar la matriz **(3 p)** : $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

---

3. Sean las aplicaciones lineales: $R^3 \to R^3$

$$f(x, y, z) = \{x + y\ , y + z, z + x)$$
$$g(x, y, z) = (z - x\ , x - y\ , y - z)$$

Calcular la matriz de la aplicación (f+g) **(0.4 p)**

Calcular las ecuaciones analíticas de la aplicación (f+g) **(0.4 p)**

Calcular Ker (f+g) , una base y sus ecuaciones **(0.8 p)**

Calcular Im (f+g) , una base y sus ecuaciones **(0.8 p)**

Que vector se transforma mediante la aplicaron f en el vector (2,2,-1) **(0.6)**

Examen de Álgebra - 9-Septiembre 2009

Primer parcial

1. a) Utilizando el método de Gauss calcular la matriz inversa de $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ (1 p)

b)Calcular el valor de X en la ecuación AX+B=C (1.5 p)

Siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$; $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

c) Factorizar en la forma LU la matriz (2.5 p)

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ -4 & -6 & 5 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

---

2. a)Calcular el rango de la matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 4 & 4 & 8 & 1 & 8 \end{bmatrix}$ utilizando la matriz equivalente por filas escalonada (1.75p)

b) Calcular el valor del parámetro a para que sea simétrica la matriz $\begin{pmatrix} a & a^2-1 & -3 \\ a+1 & 2 & a^2+4 \\ -3 & 4a & -1 \end{pmatrix}$ (1.75 p)

c)Estudiar el sistema con coeficientes reales para los valores del parámetro a (2.5 p)

$$\begin{aligned} ax + y + z &= a^2 \\ x - y + z &= 1 \\ 3x - y - z &= 1 \\ 6x - y + z &= 3a \end{aligned}$$

Segundo parcial

3. En el espacio vectorial $V = R^4$ consideremos los siguientes subespacios vectoriales V_1 generado por los vectores $(1,0,1,1),(2,1,-1,0),(0,-1,3,2)$ y $V_2 = \begin{cases} x+t=0 \\ 2x+y+z+t=0 \end{cases}$

Calcular :a) Una base de V_1 y unas ecuaciones implícitas (1 p)

b) Una base de V_2 (1 p)

c) Una base de V_1+V_2 y unas ecuaciones implícitas (1.5 p)

d) Una base de $V_1 \cap V_2$ y unas ecuaciones implícitas (1.5 p)

---

4. Dado el siguiente subespacio de R^3, $H = \{3x - y + 2z = 0\}$. Calcular

a) Una base ortonormal del subespacio H (2 p)

b) Proyección del vector $v = (14, -28 \ , 42)$ sobre el subespacio H (3 p)

Tercer parcial

5. Sea $T : R^3 \to R^4$ una aplicación lineal definida por :

$$T(x, y, z) = (3x - y + 2z, 4x - y + 3z, x - 3y - 2z, -2x + y - z)$$

Calcular a)la matriz de la aplicación lineal (0.5 p)

b)Una base de Imagen f , su dimensión , ecuaciones implícitas y paramétricas (2.25 p)

c) Una base para el núcleo, su dimensión, ecuaciones implícitas y paramétricas (2.25p)

6.a)Diagonalizar la matriz, calculando la matriz de paso

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad (4 \ \ p)$$

b)Basándonos en el resultado anterior calcular A^9 (1 p)
