Examen final de Cálculo Integral
1º de los Grados en Matemáticas y Física

20 de junio de 2011 (Teoría)

- El 40 % de la nota del examen final se obtiene por las cuestiones y el 60 % restante se obtiene por los problemas.
- Todas las cuestiones puntúan por igual para la nota del examen final.
- Las cuestiones $\mathbf{C}_1$ y $\mathbf{C}_2$ se utilizan además para recuperar, en su caso, la nota obtenida durante el curso en el examen del primer bloque.
- Las cuestiones $\mathbf{C}_3$ y $\mathbf{C}_4$ se utilizan además para recuperar, en su caso, la nota obtenida durante el curso en el examen del segundo bloque.

Responder de forma razonada a las siguientes cuestiones:

$\mathbf{C_1}$ De una función de dos variables $f(x, y)$ se sabe que está acotada, que es discontinua en todos los puntos de los ejes coordenados y que es continua en los demás puntos de $\mathbb{R}^2$. ¿Puede asegurarse que es integrable sobre la elipse $3x^2 + 5y^2 \leq 9$?

$\mathbf{C_2}$ Si la suma de dos funciones acotadas sobre el mismo rectángulo R es integrable, ¿puede asegurarse que cada una de ellas integrable? Y si se sabe que ambas son integrables, ¿puede asegurarse que la suma también lo es?

$\mathbf{C_3}$ Al cambiar la orientación de una curva simple, ¿cambia el signo del valor de la integral de un campo vectorial sobre la misma?; ¿y el signo del valor de la integral de un campo escalar sobre la curva?

$\mathbf{C_4}$ Sea Σ una cinta de Möbius. Puesto que es una superficie no orientable, ¿tiene sentido pretender calcular su área? ¿Y pretender calcular sobre ella el flujo de un campo vectorial?

$\mathbf{C_5}$ Explicar por qué se puede extender la aplicación de la fórmula de Riemann-Green (o de Green) a una corona circular

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a^2 \leq x^2 + y^2 \leq b^2\},$$

si primeramente se ha demostrado que es aplicable a todas las regiones simples.

Examen final de Cálculo Integral
1º de los Grados en Matemáticas y Física

20 de junio de 2011 (Problemas)

- El 60 % de la nota del examen final se obtiene por los problemas y el 40 % restante se obtiene por las cuestiones.
- Todos los problemas puntúan por igual para la nota del examen final.
- El problema $\mathbf{P}_1$ se utiliza además para recuperar, en su caso, la nota obtenida durante el curso en el examen del primer bloque.
- El problema $\mathbf{P}_2$ se utiliza además para recuperar, en su caso, la nota obtenida durante el curso en el examen del segundo bloque.

$\mathbf{P_1}$ Calcular el volumen de la región W encerrada por la esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ dentro del paraboloide $x^2 + y^2 = 2z$.

$\mathbf{P_2}$ Sea Σ la parte de la superficie cilíndrica $x^2 + y^2 = 4$ limitada por los planos $z = 0$ y $z = x + 3$. Calcular $\iint_\Sigma y^2 \, dS$.

$\mathbf{P_3}$ Verificar el Teorema de Stokes para la semiesfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $z \geq 0$ y el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = y\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, con la orientación de las normales hacia arriba.

Entregar cada problema en una hoja distinta.