

Tareas del Envío

El Envío de este trabajo consta de las siguientes tareas:

1. (8 puntos) Ver la práctica (6.6). De un nuevo planeta descubierto en los límites de una galaxia lejana, se sabe que su forma es la de un elipsoide circular, la típica en los planetas que rotan respecto a un eje central. La distancia ente los Polos Norte y Sur (la longitud de su eje central de rotación) es $2 \cdot b = 2800$ kilómetros, y el ecuador del planeta es una circunferencia de $2 \cdot a = 3600$ kilómetros de diámetro.

Se sabe, además, que el espesor de la atmósfera del citado planeta es 30 kilómetros y que la densidad de metano, en gramos por metro cúbico, se estima en

$$\delta = \frac{1.023}{h^2 + 1}$$

a una altura de h metros de la superficie del planeta. Donde entenderemos que un punto E exterior al planeta se encuentra a h metros del planeta si dista h metros de Q , para Q el único punto de la superficie del planeta que se encuentra en la semirrecta que une el centro del planeta con E .

Se pide calcular el volumen de la atmósfera y la cantidad de metano que hay en ella.

Indicación: Es conveniente utilizar coordenadas esféricas centradas en el centro O del planeta de tal forma que el eje Z coincide con el eje central de rotación y el plano XY con el plano ecuatorial. Así mismo, es conveniente obtener la expresión $\rho_0(\ell, L)$ de la distancia al centro O del punto de la superficie del planeta de latitud y longitud (ℓ, L) . De hecho se verifica

$$\rho_0(\ell, L) = \rho_0(\ell) = \sqrt{a^2 \cos^2 t + b^2 \sin^2 t}, \quad t = \arctg\left(\frac{b}{a} \operatorname{tg} \ell\right) \quad (1)$$

lo que es bien fácil de justificar ya que al ser nuestro planeta un elipsoide circular obtenido al revolucionar respecto al eje Z la elipse de semiejes a, b se tiene $\begin{cases} x = a \cos t \\ z = b \sin t \end{cases}$, y de aquí que $\rho_0 = \sqrt{x^2 + z^2}$ tiene la expresión de (1) donde $\operatorname{tg} \ell = \frac{z}{x} = \frac{b}{a} \operatorname{tg} t$.

2. (6 puntos) Caronte es una de las lunas de Plutón. Se pide calcular su masa y su relación con la masa de Plutón a partir de los datos:

masa de Plutón	$0.12886842 \cdot 10^{23} \text{ [kg]}$
período de Caronte	6.38724 [días]
semieje mayor Plutón–Caronte	$19\,640 \text{ [km]}$

3. (8 puntos) Utilizando las unidades de la práctica (7.B) y un sistema de referencia cartesiano centrado en la Tierra. Sabemos que $m_T = 0.987722529 \text{ [um]}$ es la expresión de la masa de la Tierra en las unidades um y que las condiciones iniciales de dos satélites artificiales S_1, S_2 son:

$$(S_1) : P_1 = (0, 0.1102098, 0) \llbracket ud \rrbracket; \quad V_1 = (18.8099327, 0, 0) \llbracket ud/ut \rrbracket$$

$$(S_2) : P_2 = (0, 0.1102098, 0) \llbracket ud \rrbracket; \quad V_2 = (20.8099327, 0, 0) \llbracket ud/ut \rrbracket$$

Se pide, calcular los periodos de revolución de S_1 y S_2 .

Este enunciado es parte de la práctica (7.F).

%Control del Trabajo "Integración-Gravitación". Ir primero a Tareas

Nombre: Tomás Martín Hernández Vista preliminar

Hora de inicio: Mayo 19, 2008 12:10pm

Tiempo permitido: 100 minutos

Número de preguntas: 4

Terminar Ayuda

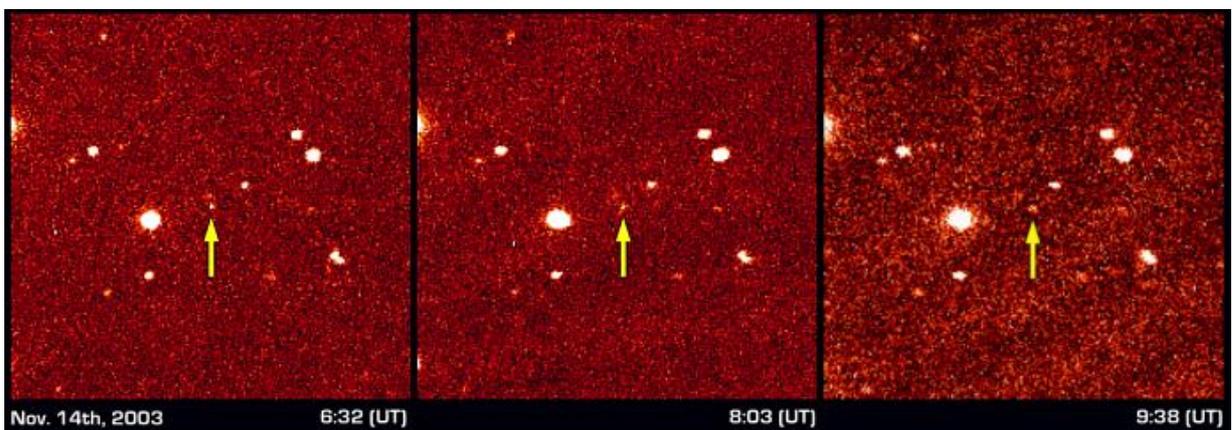
Fundamentos de Matemáticas

Prof. Tomás Martín



Pregunta 1 (3 puntos)

De un nuevo planeta descubierto en los límites de una galaxia lejana, se sabe que su forma es esférica y que el ecuador del planeta es una circunferencia de 3850 kilómetros de radio. Se pide calcular el número de millones de kilómetros cúbicos que ocupa el volumen de la atmósfera del citado planeta sabiendo que tiene 30 kilómetros de espesor. Escribir dicho número, con dos cifras decimales y cometiendo un error relativo menor al 2% en el siguiente recuadro:



Respuesta:

Guardar respuesta
Final del formulario

Pregunta 2 ⋮ (4 puntos)

De un nuevo planeta descubierto en los límites de una galaxia lejana, se sabe que su forma es la de un elipsoide circular, la típica en los planetas que rotan respecto a un eje central. La distancia ente los Polos Norte y Sur (la longitud de su eje central de rotación) es 3400 kilómetros, y el ecuador del planeta es una circunferencia de 3900 kilómetros de diámetro. Se pide calcular el número de millones de kilómetros cúbicos que ocupa el volumen de la atmósfera del citado planeta sabiendo que tiene 30 kilómetros de espesor. Escribir dicho número, con dos cifras decimales y cometiendo un error relativo menor al 2% en el recuadro de abajo.

Indicación: Es conveniente utilizar coordenadas esféricas centradas en el centro O del planeta de tal forma que el eje Z coincide con el eje central de rotación y el plano XY con el plano ecuatorial. Así mismo, es conveniente obtener la expresión $\rho_0(l,L)$ de la distancia al centro O del punto de la superficie del planeta de latitud y longitud (l,L) . De hecho se verifica

$$\rho_0(l,L)=\rho_0(l)=\sqrt{a^2\cos^2t+b^2\sin^2t}, \quad t=\arctan\left(\frac{a}{b}\tan l\right) \quad (*)$$

lo que es bien fácil de justificar ya que al ser nuestro planeta un elipsoide circular obtenido al revolucionar respecto al eje Z la elipse de semiejes a,b se tiene $(x = a \cos t, z = b \sin t)$ de aquí que $\rho_0=\sqrt{x^2+z^2}$ tiene la expresión (*) donde $\tan l = [z/x]=[b/a] \tan t$.

Respuesta:

Guardar respuesta
Final del formulario

Pregunta 3 ⋮ (5 puntos)

De un nuevo planeta descubierto en los límites de una galaxia lejana, se sabe que su forma es esférica y que el ecuador del planeta es una circunferencia de 2200 kilómetros de radio. Se sabe, además, que el espesor de la atmósfera del citado planeta es 30 kilómetros y que la densidad de metano, en gramos por metro cúbico, se estima en

$$\delta = \frac{1.023}{h^2+1}$$

a una altura de h metros de la superficie del planeta.

Se pide calcular el número de millones de toneladas de metano que hay en la atmósfera del planeta. Escribir dicho número, con dos cifras decimales y cometiendo un error relativo menor al 2% en el siguiente recuadro:

Respuesta:

[Guardar respuesta](#)

[Final del formulario](#)

Pregunta 4 (5 puntos)

En este problema utilizamos un sistema de referencia (x,y) centrado en la Tierra y las siguientes unidades: como unidad de masa, u_m , utilizamos la suma de la masa de la Tierra y de la Luna, $u_m = 0.6030263501 \cdot 10^{25}$ [[kg]]; como unidad de distancia, u_d , la longitud del semieje mayor de la órbita de la Luna alrededor de la Tierra, $u_d = 384\,400$ [[km]]; y, como unidad de tiempo, u_t , el periodo de revolución de la Luna alrededor de la Tierra, $u_t = 27.322$ [[días]]. Sabemos que $m_T = 0.987722529$ [u_m] es la expresión de la masa de la Tierra en las unidades u_m y que la posición P_0 y velocidad V_0 inicial del satélite artificial S al ser liberado en su órbita fueron:

$$P_0 = (0, 0.1102098) \text{ [[ud]]}; \quad V_0 = (16.0, 0) \text{ [[ud/ut]]}$$

Escribir, en el siguiente recuadro, con cuatro cifras decimales y cometiendo un error menor que 3 milésimas, el valor del periodo de S utilizando las unidades de tiempo u_t :

Respuesta:

[Guardar respuesta](#)

[Final del formulario](#)

[Terminar Ayuda](#)