

Hoja 1

Rafael Granero Belinchón

May 10, 2020

Ejercicio 1. Sea la EDO

$$u_{tt} = -V'(u),$$

donde V es una función regular. Podrías encontrar una cantidad conservada? Es decir, una función

$$F(u)$$

tal que

$$\frac{d}{dt}F(u) = 0.$$

Ejercicio 2. Sea la EDO

$$u_t = -V'(u),$$

donde V es una función regular. Podrías encontrar una función de Lyapunov? Es decir, una función

$$F(u)$$

tal que

$$\frac{d}{dt}F(u) \leq 0.$$

Ejercicio 3. Sea la EDP

$$u_t = u_x - u, \quad u(x, 0) = f(x).$$

Asumamos que la solución existe y cumple que

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} u(x, t) = 0, \quad \forall t \geq 0.$$

SIN USAR LA FORMA EXPLÍCITA DE LA SOLUCIÓN, calcula

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathbb{R}} u^2(x, t) dx.$$

Ejercicio 4. Sea la EDP

$$u_t = u_x - u, u(x, 0) = f(x).$$

Resuelve dicha EDP y calcula

$$\frac{d}{dt} \int_{\mathbb{R}} u^2(x, t) dx.$$

Ejercicio 5. Resuelve la siguiente EDP:

$$u_t = u_x + u \log(u), u(x, 0) = f(x).$$

Ejercicio 6. Sea

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}.$$

Donde es esta función una aplicación contractiva?

Ejercicio 7. Sea

$$f(x) = \sqrt{x}.$$

Donde es esta función una aplicación contractiva?

Ejercicio 8. Sea la ecuación de ondas

$$u_{tt} - u_{xx} = 0, u(x, 0) = \max\{1 - x^2, 0\}, u_t(x, 0) = 0.$$

Cuánto tarda en llegar la onda al punto $x = 10$?

Ejercicio 9. Escribe la siguiente ecuación de ondas

$$u_{tt} - x^2 u_{xx} = 0$$

como un sistema de ecuaciones de transporte.