

# Entrega voluntaria

Rafael Granero Belinchón

March 8, 2021

**Ejercicio 1** (Ejercicio para practicar la regla de la cadena). *Sea la EDO*

$$u_{tt} = -u^3.$$

*Podrias encontrar una cantidad conservada? Es decir, una función*

$$F(u)$$

*tal que*

$$\frac{d}{dt}F(u) = 0.$$

**Ejercicio 2** (Ejercicio para practicar el teorema del valor medio). *Sea*

$$f(x) = x^3.$$

*Donde es esta función una aplicación contractiva?*

**Ejercicio 3** (Ejercicio para practicar la regla de la cadena). *Sea  $u(x)$  una solución de la ecuación*

$$u''(x) = u(x).$$

*Se define  $v(x) = \log(u(x))$ . Qué EDO satisface  $v(x)$ ?*

**Ejercicio 4** (Ejercicio para practicar la derivada de funcionales). *Dada la curva*

$$(x, f(x))$$

*con  $x \in (0, 1)$ , sabemos del curso de cálculo integral que la longitud viene dada por*

$$\int_0^1 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx.$$

*Dados los puntos  $(0, y_0)$  y  $(1, y_1)$ , encuentra la curva de longitud mínima entre las que los unen.*

**Ejercicio 5** (Ejercicio para practicar modelización). *En cierto embalse ha habido un vertido de un contaminante. La velocidad a la que baja la densidad del contaminante es la mitad de la densidad que había en tiempo  $t$ . Escribe una ecuación diferencial para la evolución de la densidad de dicho contaminante en función del tiempo.*