Capitulo IV

IV.2 Generación de trayectorias

Capítulo IV
Síntesis dimensional de mecanismos

Capítulo IV: Tema 2
Síntesis de generación de trayectorias

1. Introducción a la síntesis de generación de trayectorias.
2. Un método analítico basado en números complejos.
3. Métodos gráficos de generación de trayectorias.
4. Síntesis de mecanismos cognados. Teorema de Roberts-Chevishev.

Capítulo IV: Tema 2
Síntesis de generación de trayectorias

1. Introducción a la síntesis de generación de trayectorias.

Introducción a la síntesis de generación de trayectorias

Se denomina <u>síntesis dimensional de generación de trayectorias</u> a la parte de la síntesis de mecanismos que estudia la correspondencia de las trayectorias descritas por puntos pertenecientes a las barras de un mecanismo, durante el movimiento de éste, con otras trayectorias especificadas.

Existen diferentes tipos de problemas que pueden plantearse en la síntesis de generación de trayectorias como son: generar trayectorias iguales, generar trayectorias simétricas, etc.

Capítulo IV: Tema 2
Síntesis de generación de trayectorias

2. Un método analítico basado en números complejos.

Un método analítico basado en números complejos

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2 + \mathbf{z}_3 \qquad \mathbf{r}_n = \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2 e^{i\phi_{1n}} + \mathbf{z}_3 e^{i\theta_{1n}}$$

$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_6 + \mathbf{z}_5 + \mathbf{z}_4 \qquad \mathbf{r}_n = \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_6 + \mathbf{z}_5 e^{i\psi_{1n}} + \mathbf{z}_4 e^{i\theta_{1n}}$$

$$\delta_{1n} = \mathbf{z}_2 (e^{i\phi_{1n}} - 1) + \mathbf{z}_3 (e^{i\theta_{1n}} - 1)$$

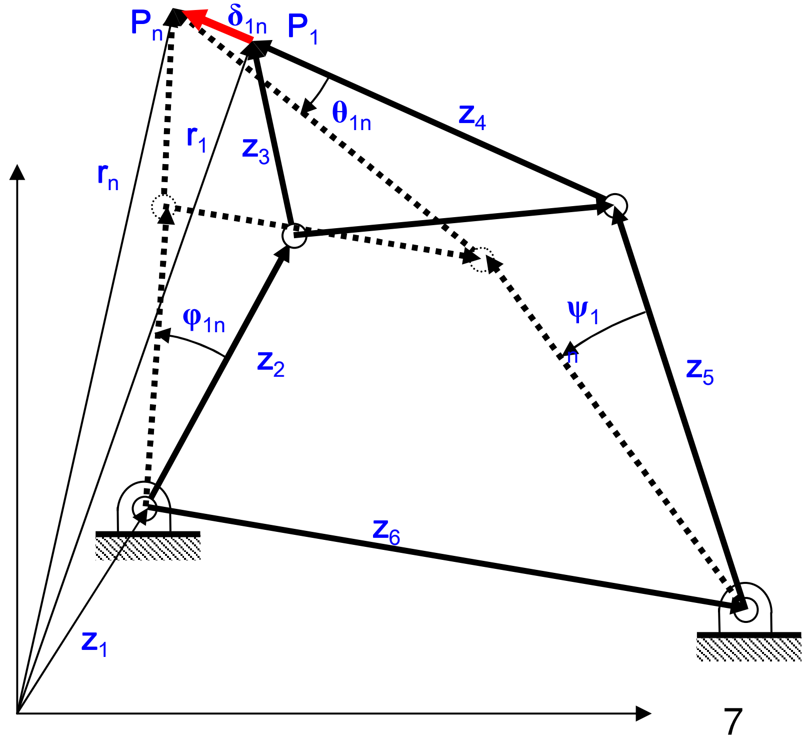
$$\delta_{1n} = \mathbf{z}_5 (e^{i\psi_{1n}} - 1) + \mathbf{z}_4 (e^{i\theta_{1n}} - 1)$$

$$\delta_{12} = \mathbf{z}_2 (e^{i\phi_{12}} - 1) + \mathbf{z}_3 (e^{i\theta_{12}} - 1)$$

$$\delta_{12} = \mathbf{z}_5 (e^{i\psi_{12}} - 1) + \mathbf{z}_4 (e^{i\theta_{12}} - 1)$$

$$\delta_{13} = \mathbf{z}_2 (e^{i\phi_{13}} - 1) + \mathbf{z}_3 (e^{i\theta_{13}} - 1)$$

$$\delta_{13} = \mathbf{z}_5 (e^{i\psi_{13}} - 1) + \mathbf{z}_4 (e^{i\theta_{13}} - 1)$$



Un método analítico basado en números complejos

$$\left.\begin{aligned}\delta_{12} &= \mathbf{z}_2(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_{12}}-1)+\mathbf{z}_3(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{12}}-1)\\ \delta_{13} &= \mathbf{z}_2(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_{13}}-1)+\mathbf{z}_3(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{13}}-1)\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}\delta_{12} &= \mathbf{z}_5(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi_{12}}-1)+\mathbf{z}_4(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{12}}-1)\\ \delta_{13} &= \mathbf{z}_5(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi_{13}}-1)+\mathbf{z}_4(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{13}}-1)\end{aligned}\right\}$$

$$\mathbf{z}_2 = \frac{\begin{vmatrix}\boldsymbol{\delta}_{12} & (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{12}}-1)\\ \boldsymbol{\delta}_{13} & (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{13}}-1)\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_{12}}-1) & (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{12}}-1)\\ (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_{13}}-1) & (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{13}}-1)\end{vmatrix}}$$

$$\mathbf{z}_4 = \frac{\begin{vmatrix}\boldsymbol{\delta}_{12} & (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi_{12}}-1)\\ \boldsymbol{\delta}_{13} & (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi_{13}}-1)\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{12}}-1) & (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi_{12}}-1)\\ (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{13}}-1) & (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi_{13}}-1)\end{vmatrix}}$$

$$\mathbf{z}_3 = \frac{\begin{vmatrix}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_{12}}-1) & \boldsymbol{\delta}_{12}\\ (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_{13}}-1) & \boldsymbol{\delta}_{13}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_{12}}-1) & (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{12}}-1)\\ (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\phi_{13}}-1) & (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{13}}-1)\end{vmatrix}}$$

$$\mathbf{z}_5 = \frac{\begin{vmatrix}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{12}}-1) & \boldsymbol{\delta}_{12}\\ (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{13}}-1) & \boldsymbol{\delta}_{13}\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}(\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{12}}-1) & (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi_{12}}-1)\\ (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta_{13}}-1) & (\mathrm{e}^{\mathrm{i}\psi_{13}}-1)\end{vmatrix}}$$

$$\mathbf{z}_1 = \mathbf{r}_1 - \mathbf{z}_2 - \mathbf{z}_3$$
$$\mathbf{z}_6 = \mathbf{r}_1 - \mathbf{z}_1 - \mathbf{z}_5 - \mathbf{z}_4$$

Un método analítico basado en números complejos

Síntesis dimensional de generación de trayectoria con tres puntos de precisión: La trayectoria por la que debe pasar el punto P se define como:

x	x_1	x_2	x_3
y	y_1	y_2	y_3

<u>Procedimiento:</u>

1.Se obtiene el valor de: δ_{12} y δ_{13}.

$$\begin{cases} \delta_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ \delta_{13} = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2} \end{cases}$$

2.Se suponen unos ángulos: ϕ_{12}, ϕ_{13}, ψ_{12}, ψ_{13}, θ_{12}, θ_{13}.

3.Se obtienen las dimensiones: z_2,z_3, z_4, z_5.

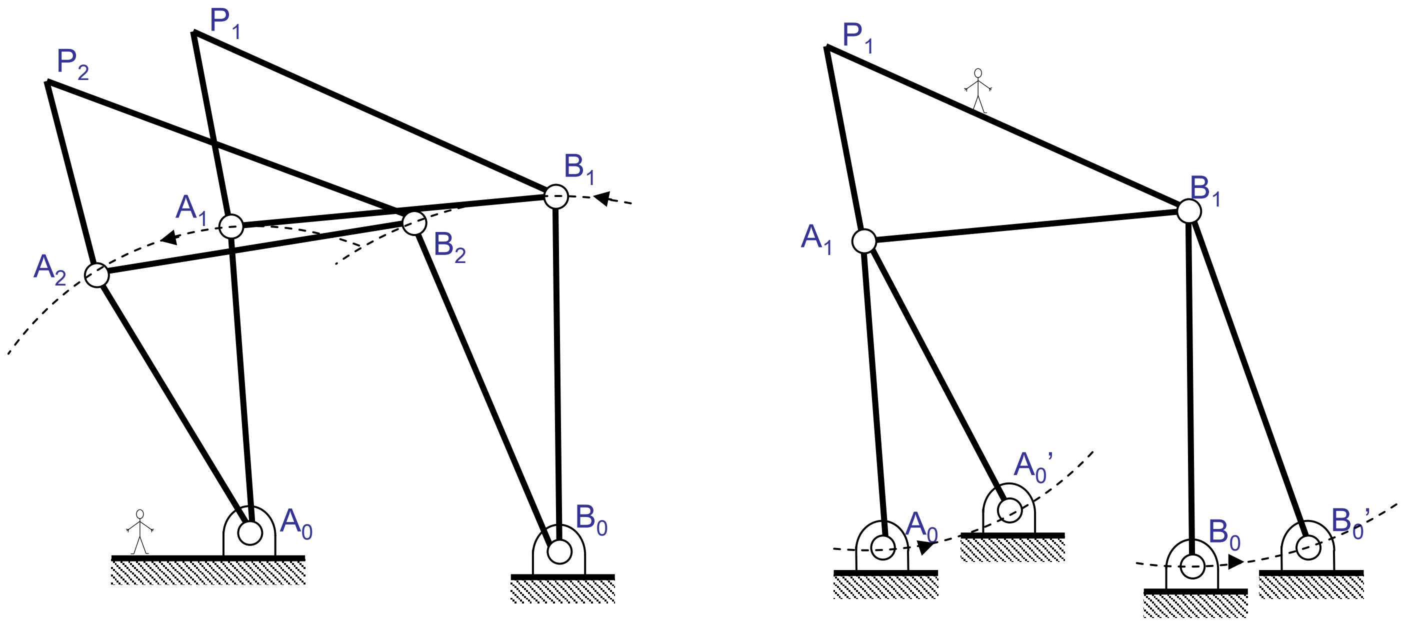
4.Se obtienen las dimensiones: z_1, z_6.

Capítulo IV: Tema 2
Síntesis de generación de trayectorias

3. Métodos gráficos de generación de trayectorias.

Métodos gráficos de generación de trayectorias

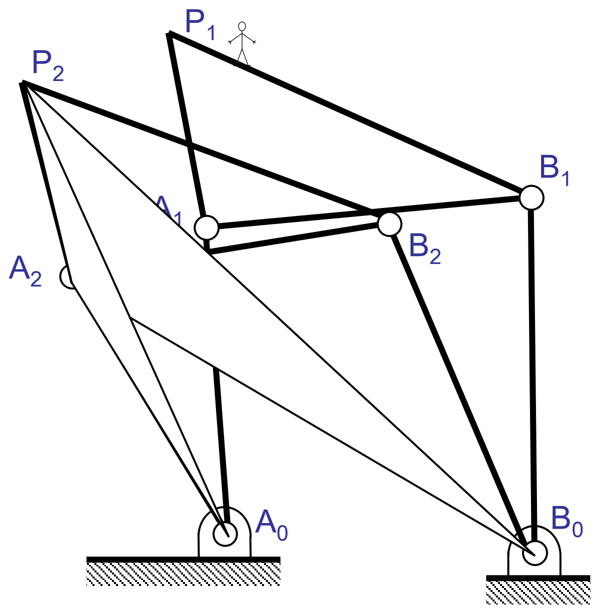
El movimiento de un mecanismo cuadrilátero articulado para pasar de una posición 1 a otra 2 será distinto en función de donde este situado el observador. Si éste esta situado en el bastidor las articulaciones flotantes recorrerán una trayectoria circular alrededor de las fijas. Si está situado en el acoplador serán las articulaciones fijas las que describan una trayectoria circular alrededor de las móviles.

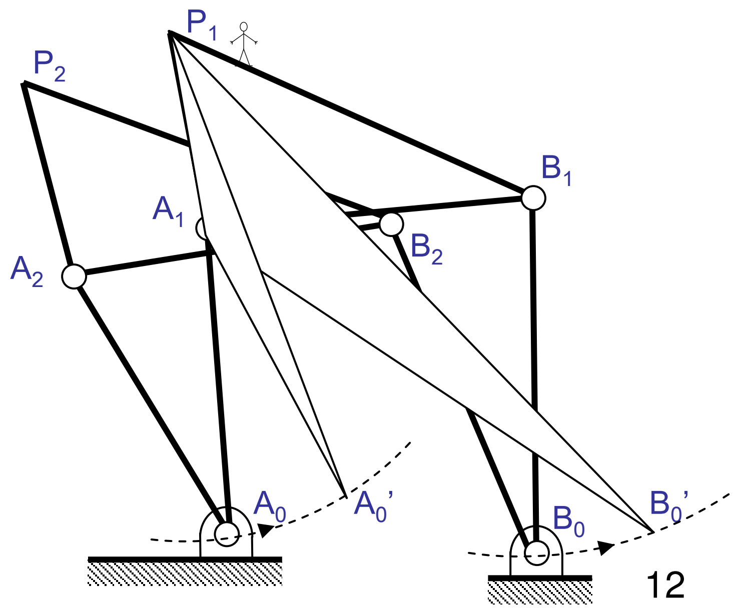


Métodos gráficos de generación de trayectorias

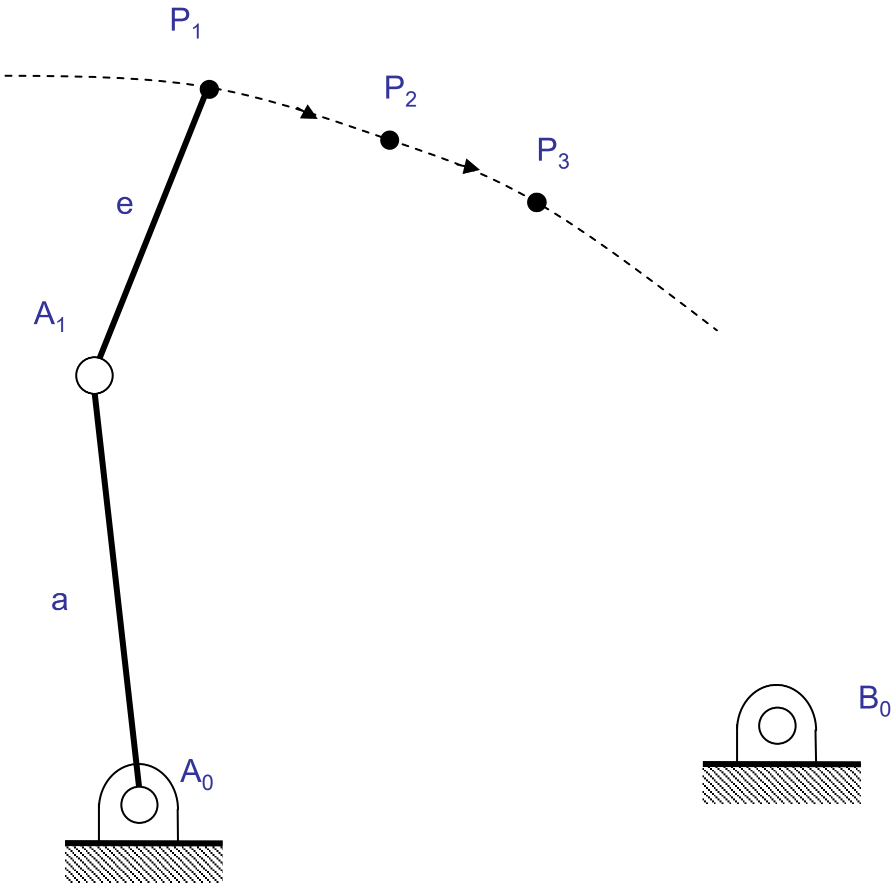
Las posiciones A0’ y B0’ pueden obtenerse fácilmente mediante triangulación.

Basándose en este principio se puede plantear un procedimiento de síntesis gráfica de generación de trayectorias.

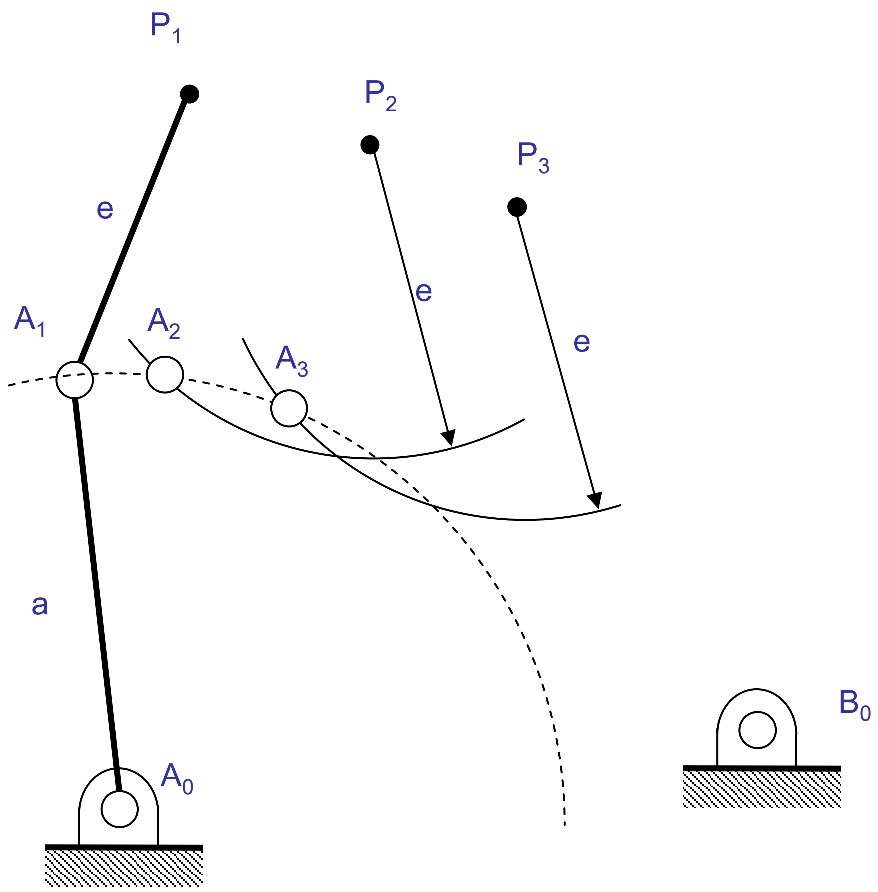




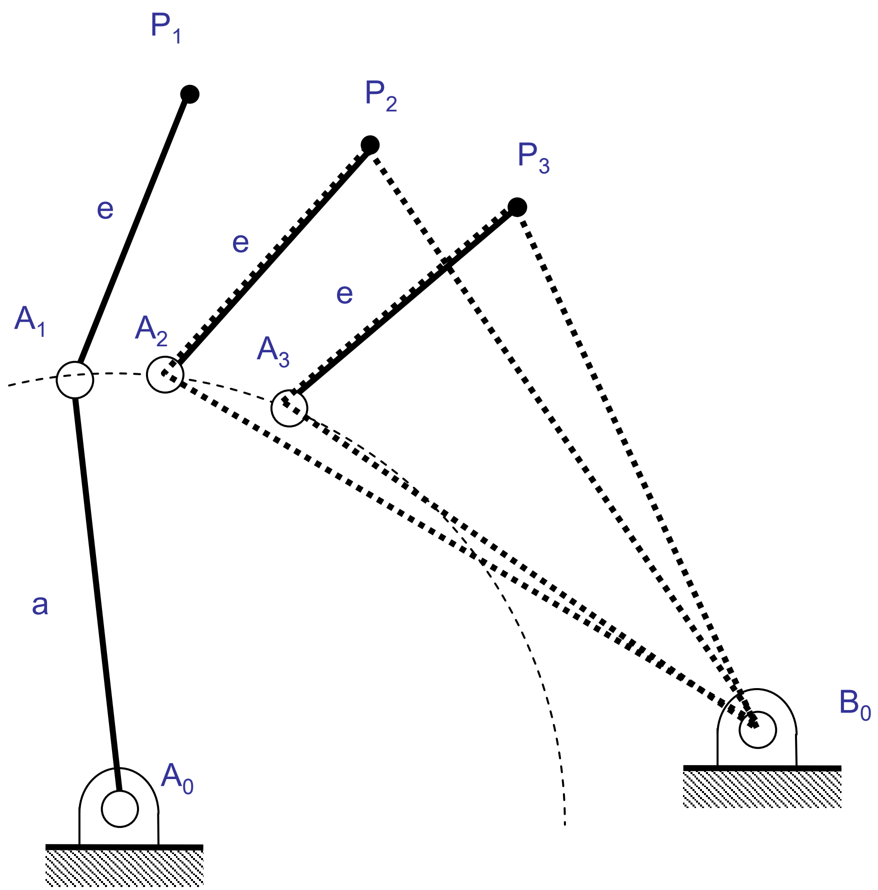
Métodos gráficos de generación de trayectorias



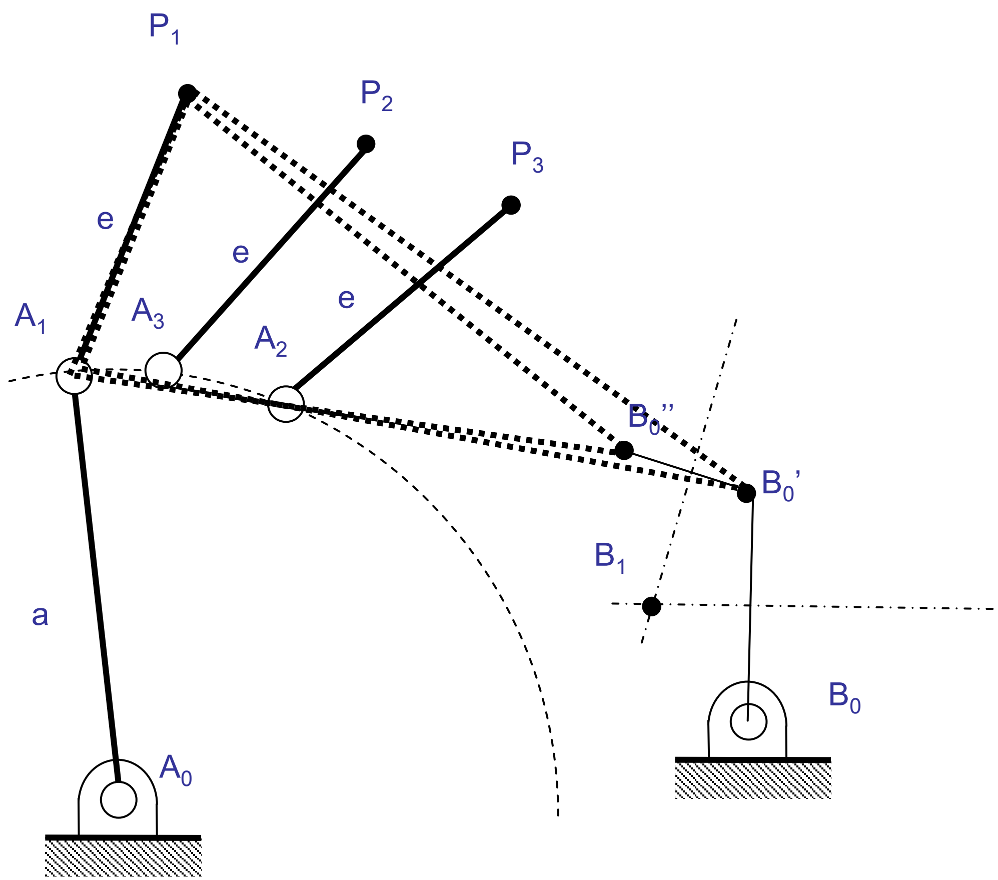
Métodos gráficos de generación de trayectorias



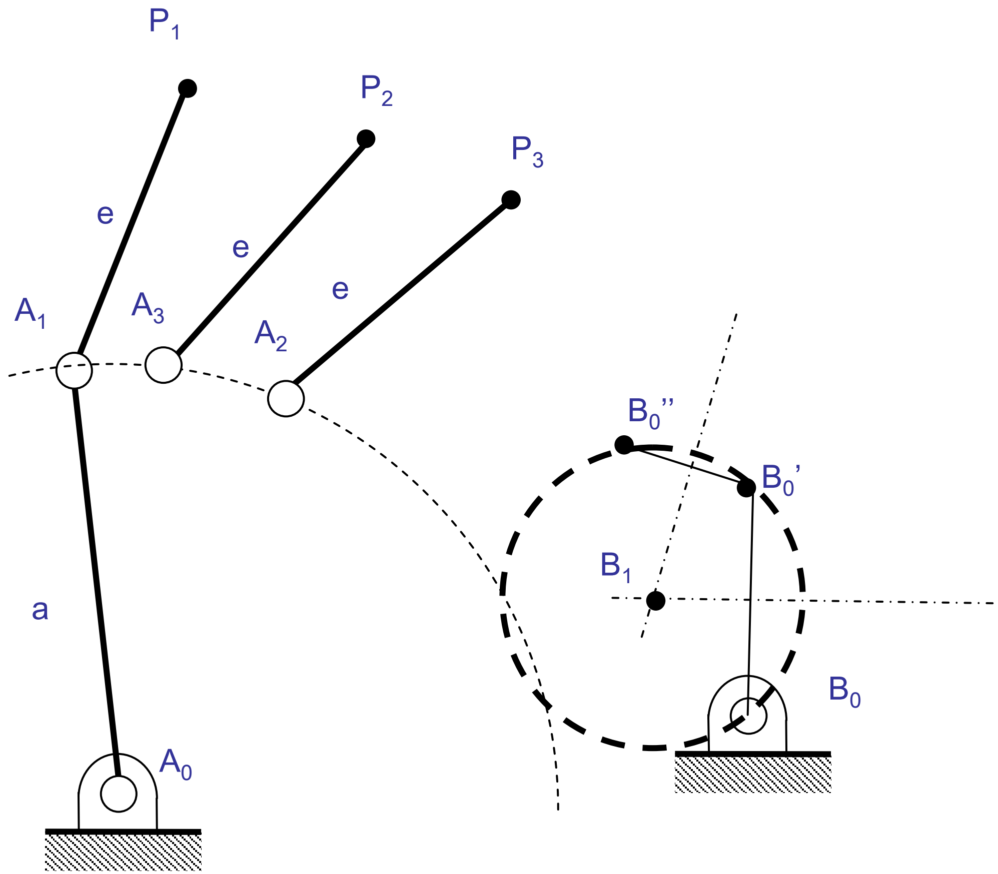
Métodos gráficos de generación de trayectorias



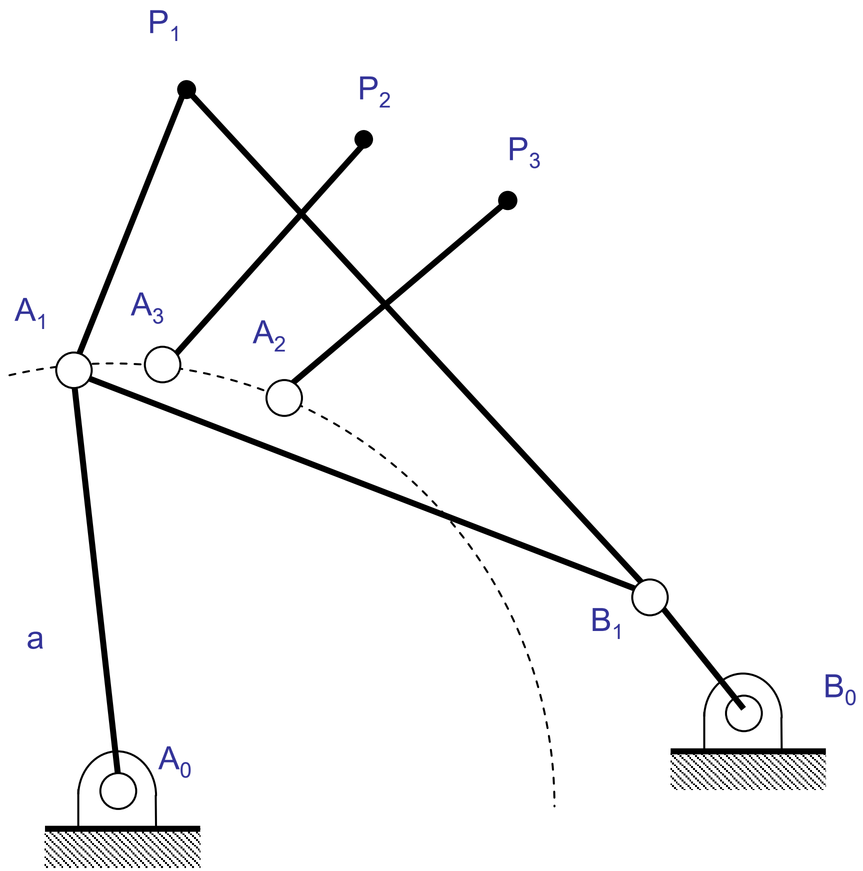
Métodos gráficos de generación de trayectorias



Métodos gráficos de generación de trayectorias



Métodos gráficos de generación de trayectorias



Capítulo IV: Tema 2
Síntesis de generación de trayectorias

4. Síntesis de mecanismos cognados. Teorema de Roberts-Chevishev.

Síntesis de mecanismos cognados. Teorema de Roberts-Chebyshev

Se conocen como mecanismo cognados o emparentados a los mecanismos que realizan la misma función. Por ejemplo:

- Recorrer la misma trayectoria.
- Generar la misma función entrada-salida.
- Etc.

El interés de estudiar estos mecanismos radica en que en muchas ocasiones, durante el proceso de diseño, interesa tener varias alternativas de mecanismos que realicen la misma función. De esta forma, se pueden escoger entre las alternativas el mecanismo menos voluminoso, pesado, etc.

Síntesis de mecanismos cognados. Teorema de Roberts-Chebyshev

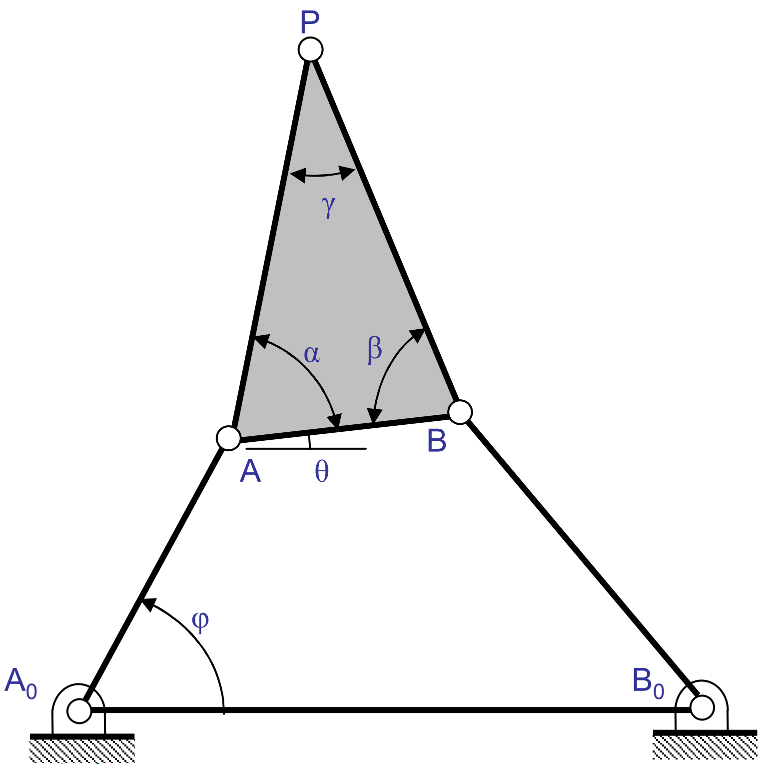
En este apartado estudiaremos los mecanismos cognados del cuadrilátero articulado que recorren la misma trayectoria. Este estudio fue realizado independientemente por los investigadores Robert (1875) y Chebyshev (1876).

Enunciado: "*Existen tres mecanismos cuadrilátero articulado que trazan la misma curva de acoplador*".

Existen al menos 12 demostraciones de este teorema pero aquí estudiaremos solamente una.

Síntesis de mecanismos cognados. Teorema de Roberts-Chebyshev

Teorema de Roberts-Chebshev: construcción gráfica.



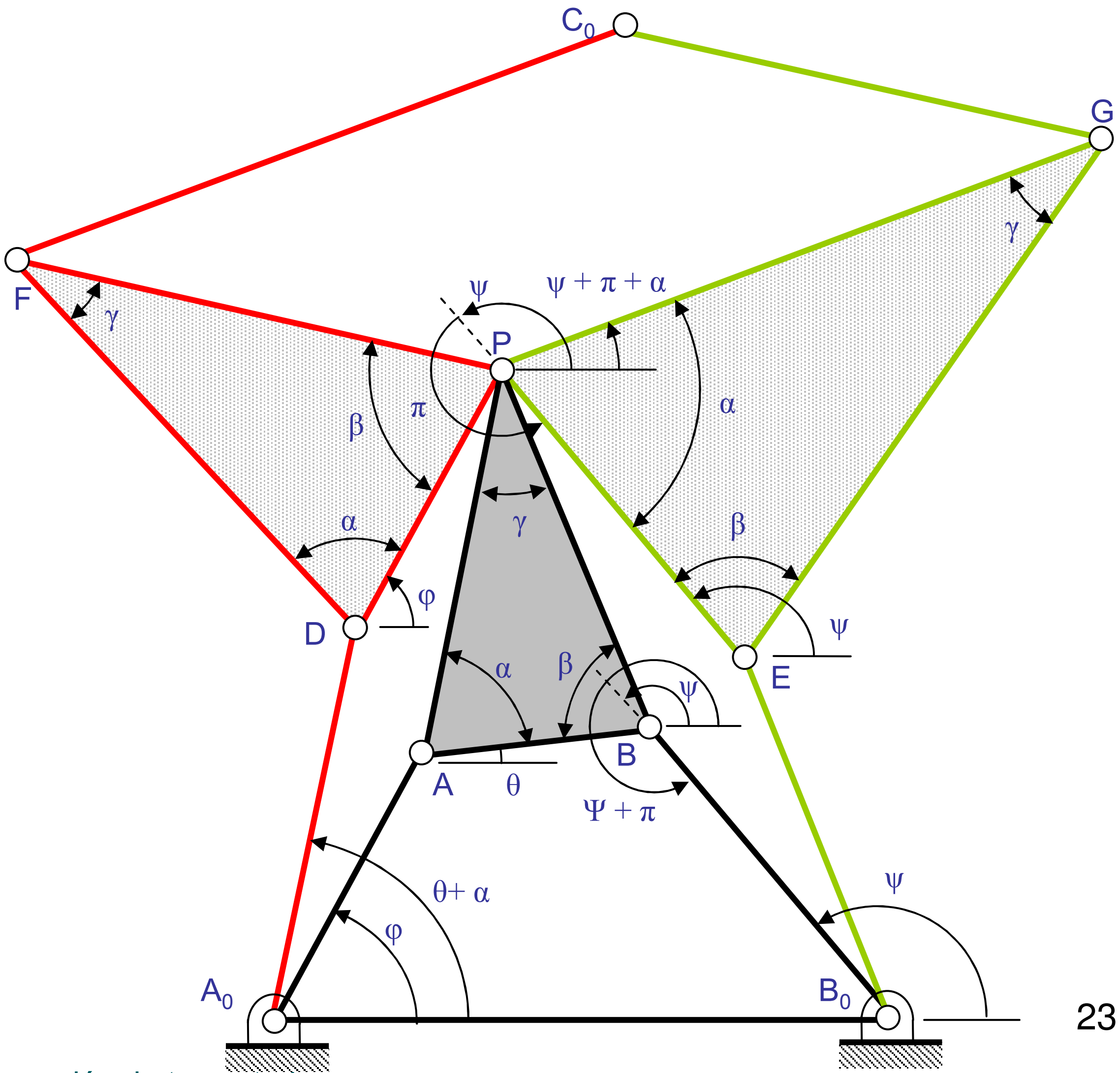
Síntesis de mecanismos cognados. Teorema de Roberts-Chebyshev

$N = 10$

$P_I = 13$

$P_{II} = 0$

$G = 3(10\text{-}1)\text{-}2\ 13 = 1$



Síntesis de mecanismos cognados. Teorema de Roberts-Chebyshev

$$\mathbf{z} = \mathrm{A_0D} + \mathrm{DF} + \mathrm{FC_0}$$

$$\mathbf{z} = \mathrm{A_0D}e^{i(\theta+\alpha)} + \mathrm{DF}e^{i(\varphi+\alpha)} + \mathrm{FC_0}e^{i(\psi+\pi+\alpha)}$$

$$\mathrm{AP} = \mathrm{A_0D}$$

$$\frac{\mathrm{DF}}{\mathrm{AP}} = \frac{\mathrm{DP}}{\mathrm{AB}}$$

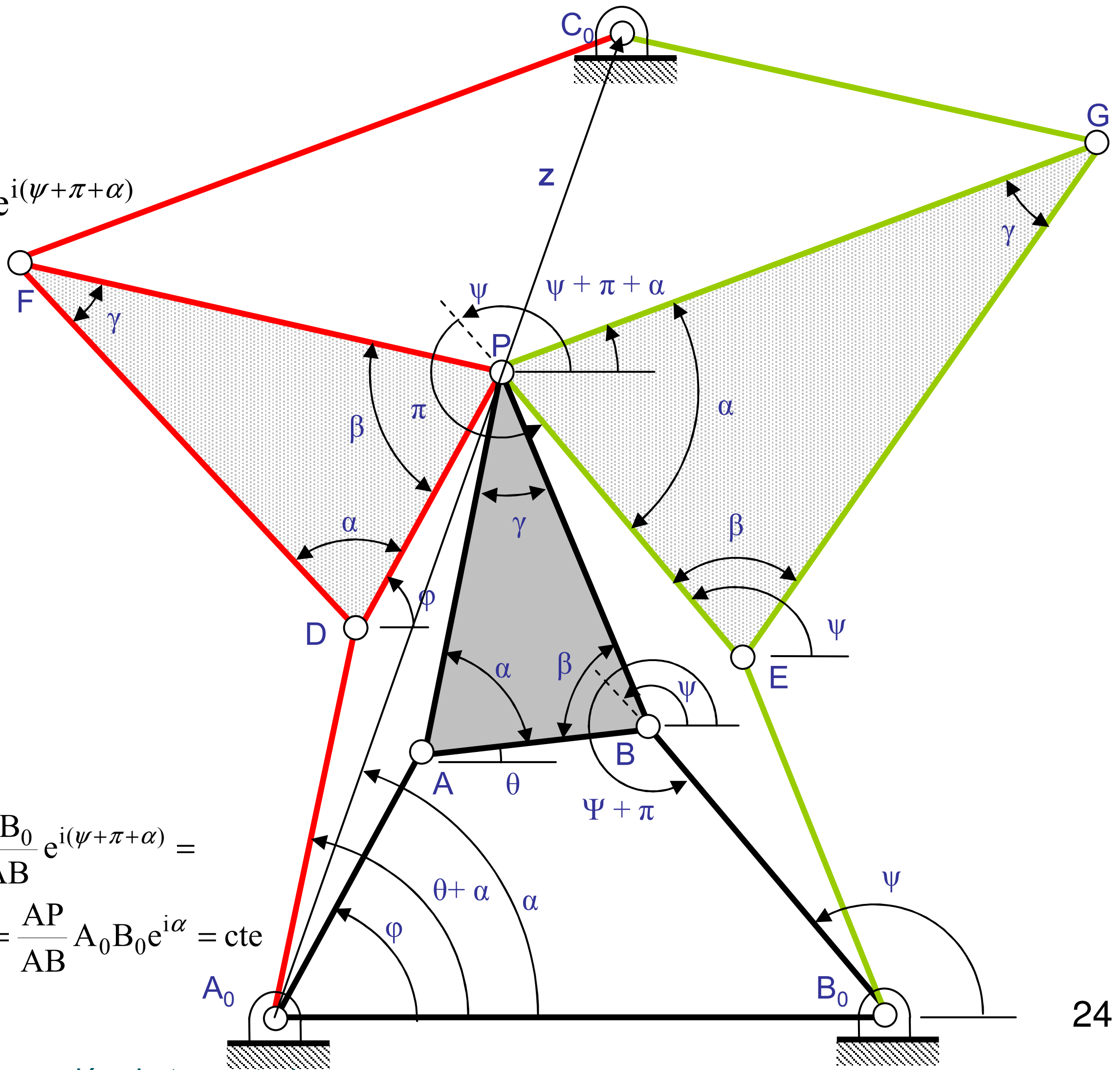
$$\mathrm{DF} = \mathrm{AP}\frac{\mathrm{DP}}{\mathrm{AB}} = \mathrm{AP}\frac{\mathrm{A_0A}}{\mathrm{AB}}$$

$$\frac{\mathrm{PG}}{\mathrm{AP}} = \frac{\mathrm{EP}}{\mathrm{AB}}$$

$$\mathrm{FC_0} = \mathrm{PG} = \mathrm{AP}\frac{\mathrm{EP}}{\mathrm{AB}} = \mathrm{AP}\frac{\mathrm{BB_0}}{\mathrm{AB}}$$

$$\mathbf{z} = \mathrm{AP}e^{i(\theta+\alpha)} + \mathrm{AP}\frac{\mathrm{A_0A}}{\mathrm{AB}}e^{i(\varphi+\alpha)} + \mathrm{AP}\frac{\mathrm{BB_0}}{\mathrm{AB}}e^{i(\psi+\pi+\alpha)} =$$

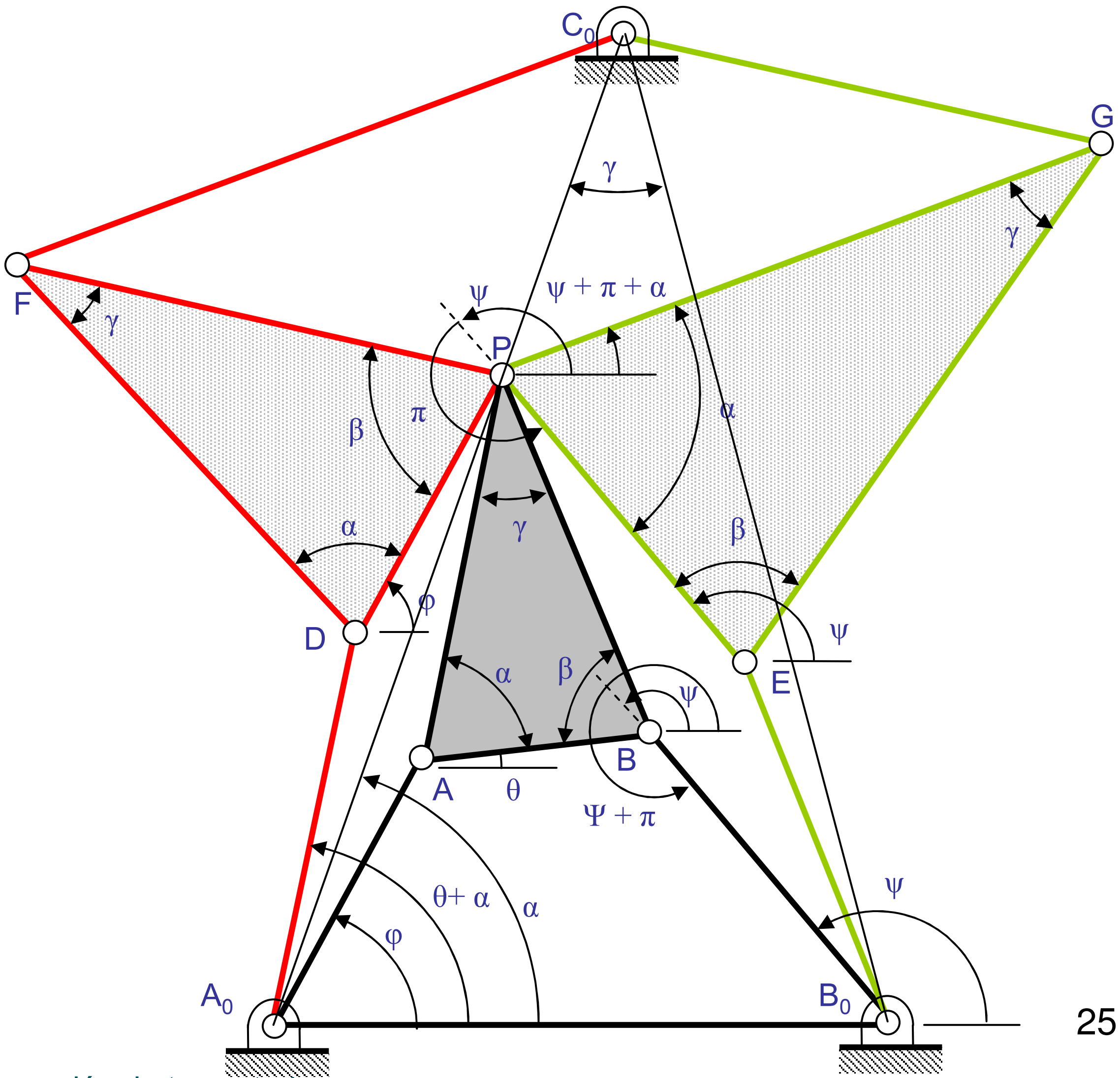
$$\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AB}}e^{i\alpha}\left[\mathrm{AB}e^{i\theta} + \mathrm{A_0A}e^{i\varphi} + \mathrm{BB_0}e^{i(\psi+\pi)}\right] = \frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AB}}\mathrm{A_0B_0}e^{i\alpha} = \mathrm{cte}$$



Síntesis de mecanismos cognados. Teorema de Roberts-Chebyshev

$$A_0C_0 = \frac{AP}{AB} A_0B_0$$

$$\frac{A_0C_0}{A_0B_0} = \frac{AP}{AB}$$



Síntesis de mecanismos cognados. Teorema de Roberts-Chebyshev

Obtención directa de C_0