



# Capítulo VI

## VI.1 Introducción a los engranajes

# Capítulo VI

## Engranajes

### VI.1 Introducción a los engranajes.

- Introducción.
- Axoides.
- Clasificación de los engranajes.
- Ruedas de fricción.
- Nomenclatura de los engranajes.
- Relaciones fundamentales.
- Ruedas intercambiables. Normalización.
- Retroceso.
- Ley general de engrane.

### VI.2 Engranajes cilíndricos.

### VI.3 Otros tipos de engranajes.

### VI.4 Trenes de engranajes.

# Capítulo VI: Tema 1

## Introducción a los engranajes

1. Introducción.
2. Axoides.
3. Clasificación de los engranajes.
4. Ruedas de fricción.
5. Nomenclatura de los engranajes.
6. Relaciones fundamentales.
7. Ruedas intercambiables. Normalización.
8. Retroceso.
9. Ley general de engrane.
  1. Construcción de perfiles conjugados.

# Capítulo VI: Tema 1

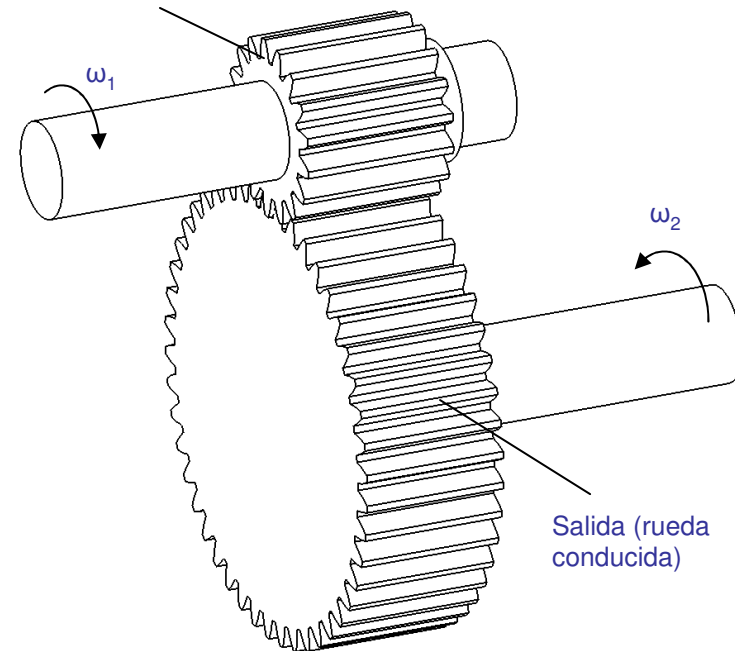
## Introducción a los engranajes

### 1. Introducción.

# Introducción

El objetivo de los engranajes es transmitir una rotación entre dos ejes con una relación de velocidades angulares constante. Así, se habla de "Par de Engranajes, Ruedas Dentadas o Engrane" para referirse al acoplamiento que se utiliza para transmitir potencia mecánica entre dos ejes mediante contacto directo entre dos cuerpos sólidos unidos rígidamente a cada uno de los ejes.

Entrada (rueda conductora o motriz)



# Introducción

Además de engranajes existen otras formas de transmitir el movimiento entre ejes. Estos elementos mecánicos son:

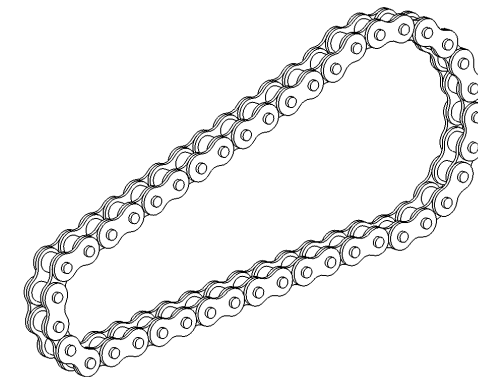
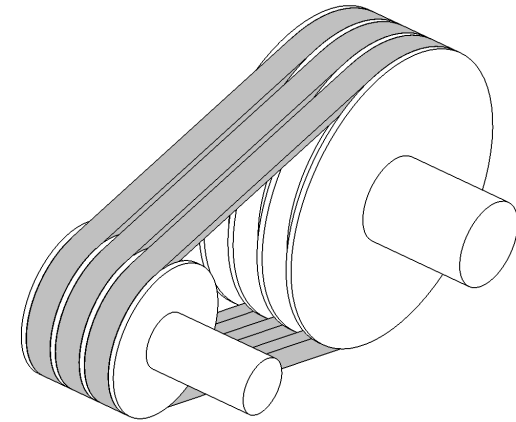
- Correas y cadenas
- Ruedas de fricción
- Mecanismos de barras

Sin embargo, los engranajes presentan ciertas ventajas frente a estos otros métodos lo que les hace más adecuados en determinadas circunstancias.

Estas ventajas son:

- Sencillez de construcción
- Normalización
- Transmisión de grandes potencias

Todo ello da lugar a que los engranajes sea el elemento de máquinas más utilizado: cajas de velocidades, reductores, diferenciales, cadenas de transmisión, ...



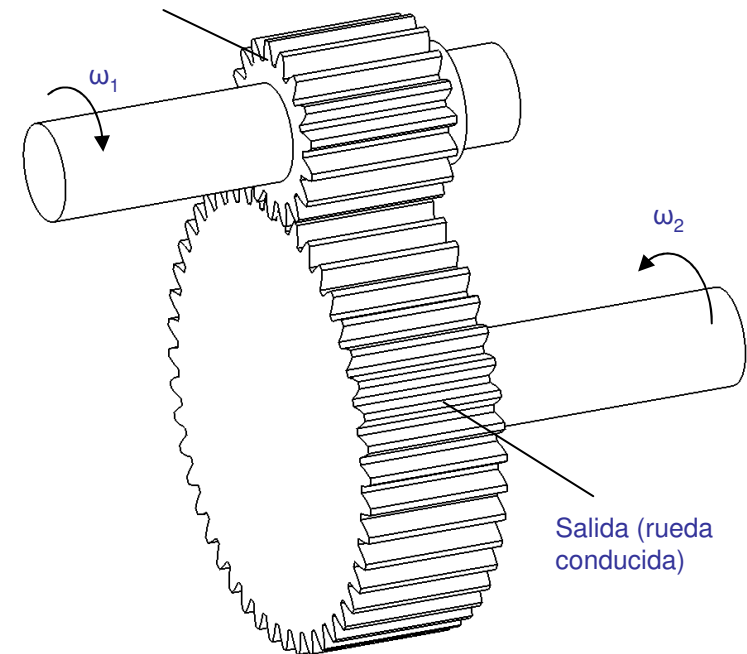
# Introducción

La "Relación de Transmisión" es el cociente entre la velocidad angular de salida  $\omega_2$  (velocidad de la rueda conducida) y la de entrada  $\omega_1$  (velocidad de la rueda conductora):

$$\mu = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Dicha relación puede tener signo positivo -si los ejes giran en el mismo sentido- o negativo -si los giros son de sentido contrario-. Del mismo modo, si la relación de transmisión es mayor que 1 ( $\mu > 1$ ) se hablará de un **mecanismo multiplicador**, y si es menor que 1 ( $\mu < 1$ ) -que suele resultar lo más habitual- de un **mecanismo reductor**, o simplemente de un reductor.

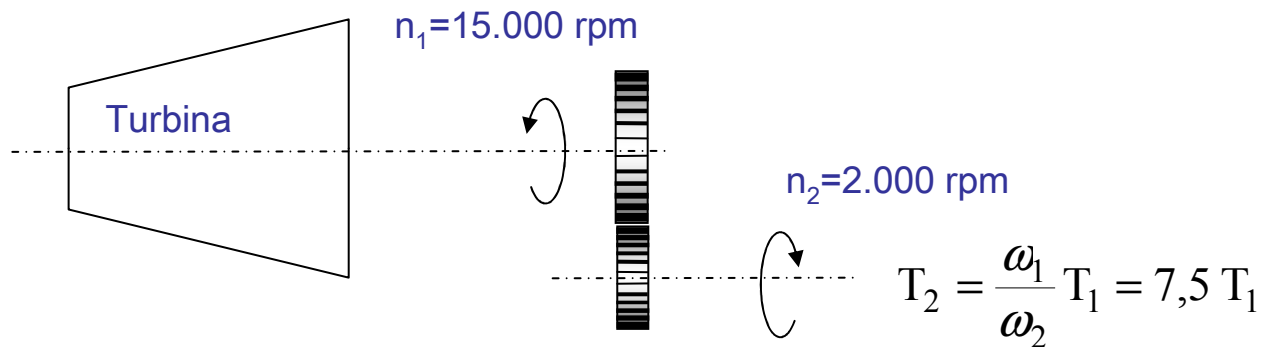
Entrada (rueda conductora o motriz)



# Introducción

¿Por qué utilizar ruedas de engranaje? En la mayoría de las aplicaciones se genera potencia mecánica a elevadas revoluciones, siendo la velocidad angular del eje demasiado elevada para ser aprovechada directamente. Al reducir la velocidad angular, como la potencia debe mantenerse constante, se obtiene un mayor par. Esto es:

$$\text{Potencia} = T_1 \omega_1 = T_2 \omega_2$$





# Capítulo VI: Tema 1

## Introducción a los engranajes

### 2. Axoides.

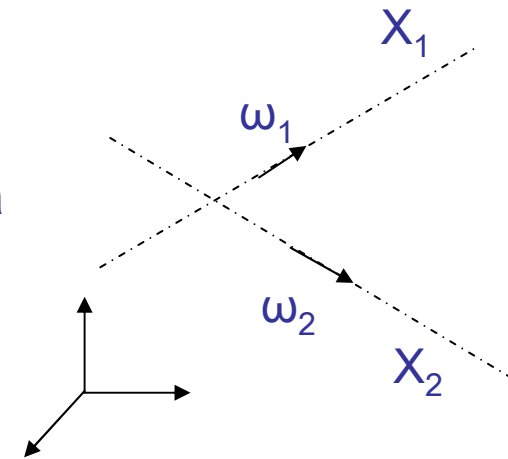
# Axoides

Se define axoides (fijo y móvil) como el lugar geométrico de los ejes instantáneos de rotación y deslizamiento en el movimiento relativo de un cuerpo 2, que gira alrededor de un eje  $X_2$ , respecto de un cuerpo 1 que gira alrededor del eje  $X_1$ .

Sea que tenemos dos ejes cualesquiera  $X_1$  y  $X_2$ , en los que queremos obtener dos rotaciones  $\omega_1$  y  $\omega_2$  tales que,

$$\mu = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Para conocer los axoides del movimiento, es decir los que definen el movimiento relativo del cuerpo 2 que ha de girar alrededor de  $X_2$  respecto del 1 que ha de girar alrededor de  $X_1$ , daremos a todo el conjunto una rotación igual y contraria a  $\omega_1$ , con lo que el cuerpo 1 quedará inmóvil y el 2 tendrá un movimiento resultante de  $\omega_2 - \omega_1$ , cuyo eje instantáneo de rotación y deslizamiento definirá en cada instante el movimiento de que se trata.

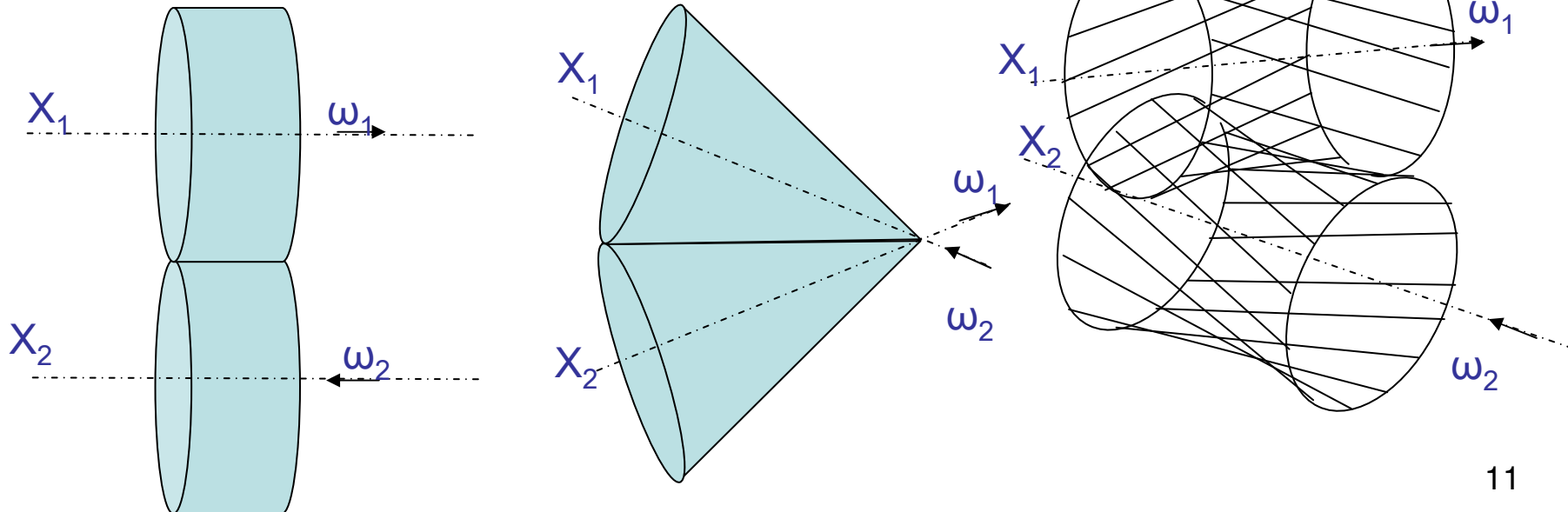


# Axoides

El lugar geométrico de estos ejes definirá los axoides. Según que los ejes sean paralelos, se corten o se crucen hablaremos de tres familias de axoides:

- Cilíndricos.
- Cónicos.
- Hiperbólicos.

Cada una de estas familias se corresponderá con un tipo de engranaje.



# Capítulo VI: Tema 1

## Introducción a los engranajes

### 3. Clasificación de los engranajes.

# Clasificación de los engranajes

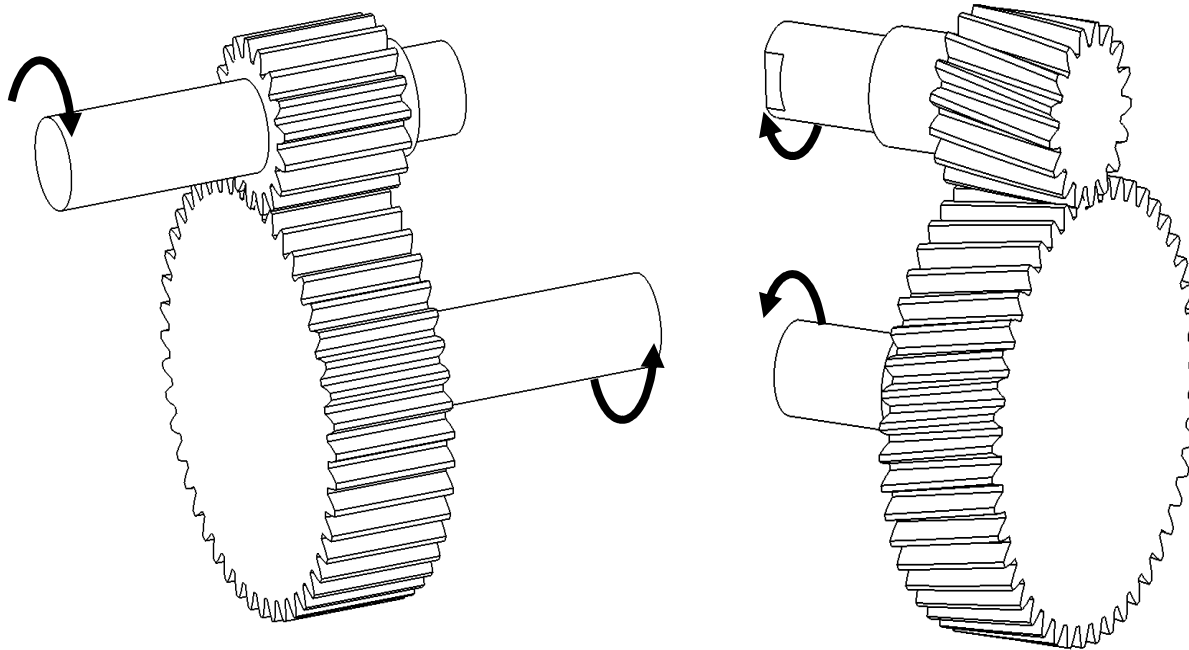
En todo engranaje podremos distinguir dos partes claramente diferenciadas: el **núcleo** (limitado por la superficie, generalmente de revolución, del axoide) y los **dientes** (integrados en el axoide y cuya aplicación se verá posteriormente).

De esta manera, partiendo del tipo de axoide que caracteriza el movimiento, y considerando la disposición de los dientes, podremos establecer una primera clasificación de los engranajes:



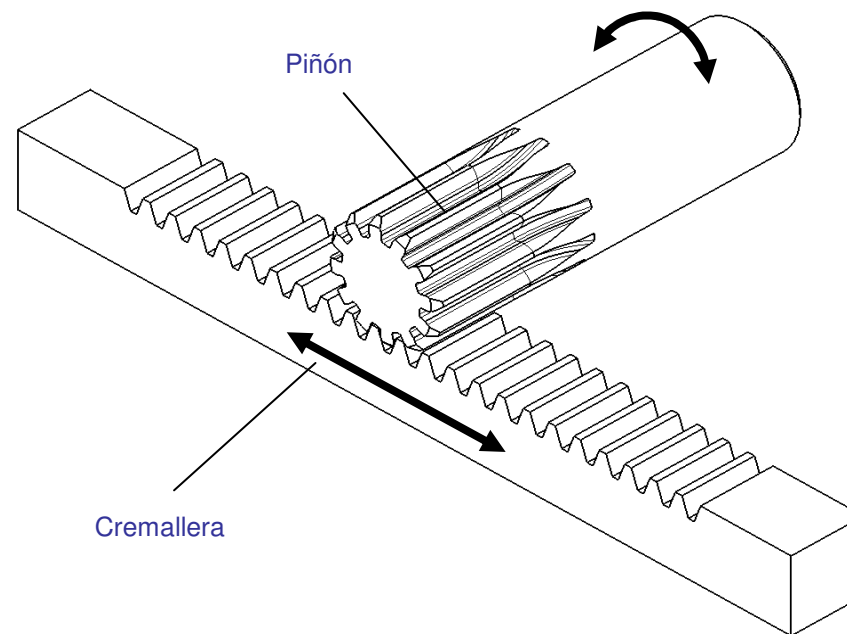
# Clasificación de los engranajes

## Engranajes cilíndricos

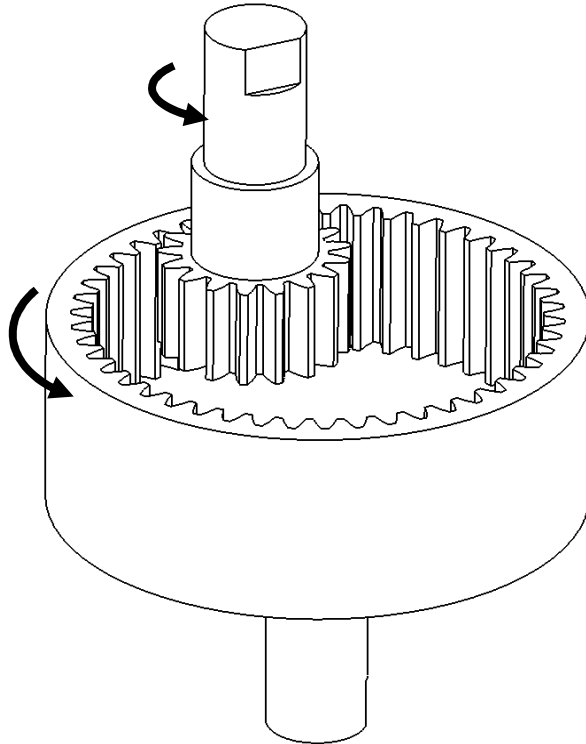


# Clasificación de los engranajes

Piñon-cremallera: la cremallera puede considerarse un engranaje cilíndrico cuyo eje está en el infinito.



# Clasificación de los engranajes

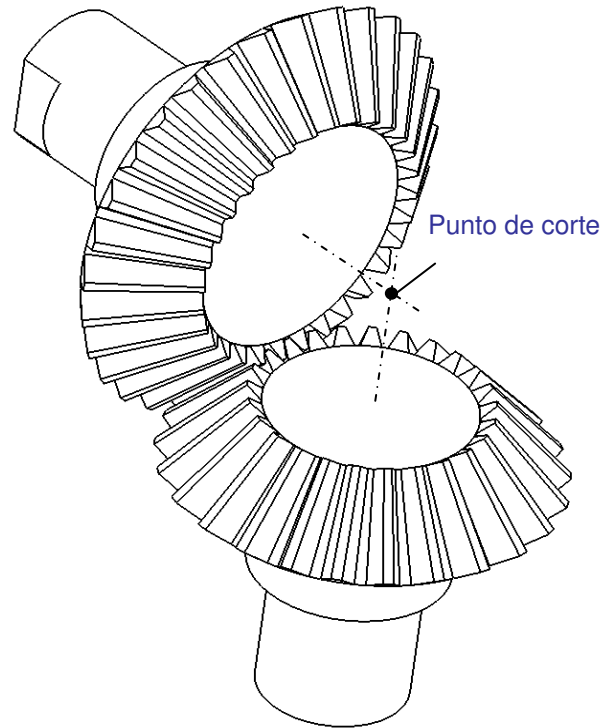


El sentido de giro se conserva en los engranajes interiores



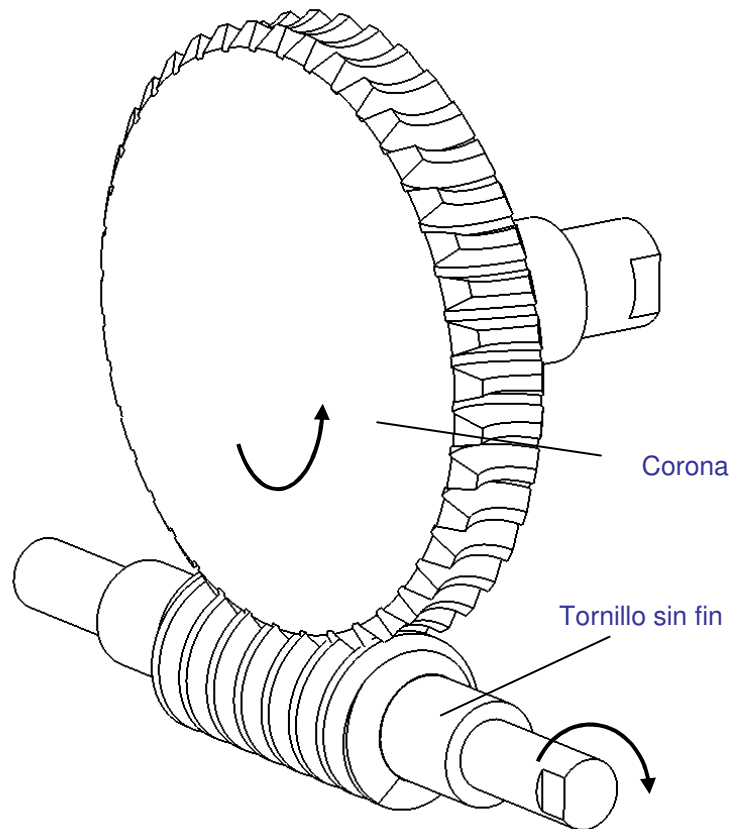
# Clasificación de los engranajes

## Engranajes cónicos



# Clasificación de los engranajes

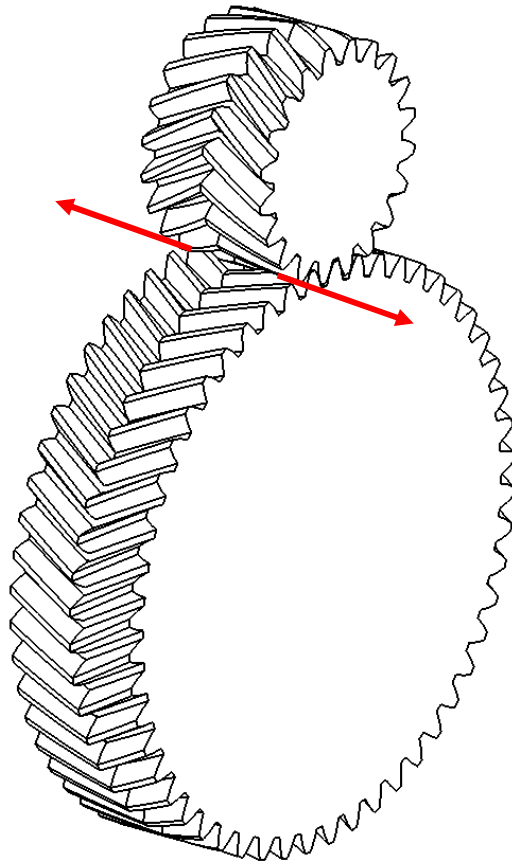
## Engranajes hiperbólicos



**Corona-tornillo sin fin:** es un solución muy habitual que permite una elevada reducción. Además puede conseguirse un movimiento no reversible.

18

# Clasificación de los engranajes



Los dientes helicoidales generan fuerzas en la dirección axial. Empleando una doble hilera de dientes, con la helicoide en sentido contrario, se consigue contrarrestar estas fuerzas.

# Clasificación de los engranajes

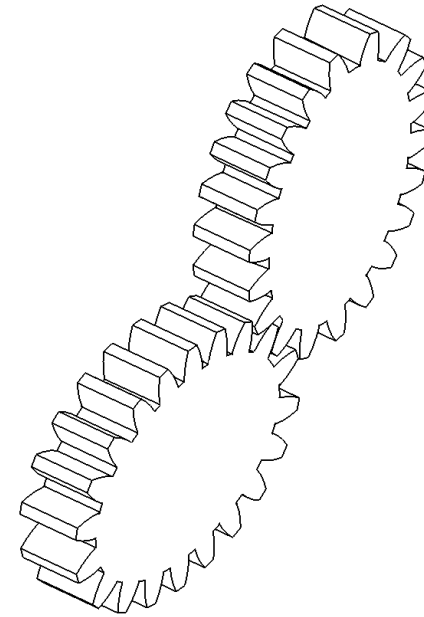
## Engranajes no circulares

Están reservados a aplicaciones muy particulares, ya que son más caros que los convencionales. Además, pueden emplearse otros elementos para realizar la misma función como son: levas, mecanismos de barras, etc.

La ventaja frente a otros elementos es que son más compactos y fáciles de equilibrar, importante condición a altas velocidades.

Las aplicaciones de estos engranajes son aquellas en donde se requiere un par variable.

Generalmente de forma elíptica permiten proporcionar un par variable.



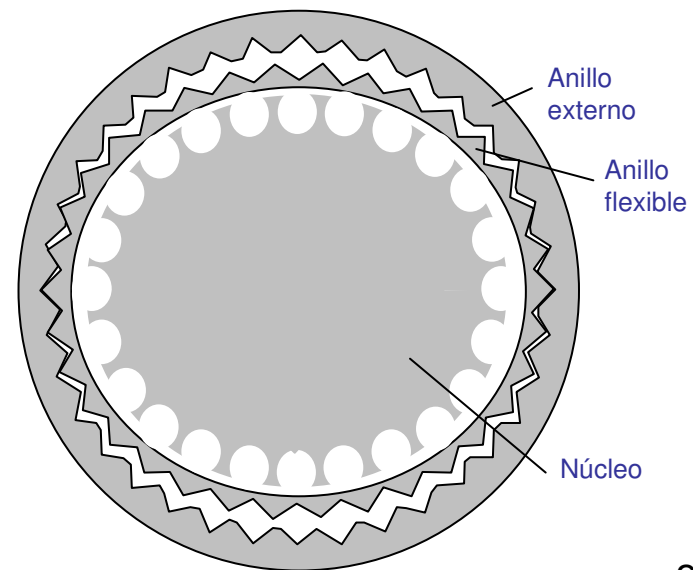
# Clasificación de los engranajes

Los **engranajes armónicos** permiten una elevada reducción (30:1 – 350:1) en un espacio muy reducido. Además, los ejes entrada-salida son concéntricos y presentan un bajo retroceso (backlash) y reducción de vibraciones. Se basan en una construcción elasto-mecánica muy simple.

Debido a sus comportamiento elasto-mecánico puede presentar problemas de fatiga y no se recomienda su uso en potencias superiores a los 6 kW.

Se suele emplear en aplicaciones de:

- Robótica.
- Máquina herramienta.
- Aplicaciones médicas.
- Industria militar y aeroespacial.



# Capítulo VI: Tema 1

## Introducción a los engranajes

### 4. Ruedas de fricción.

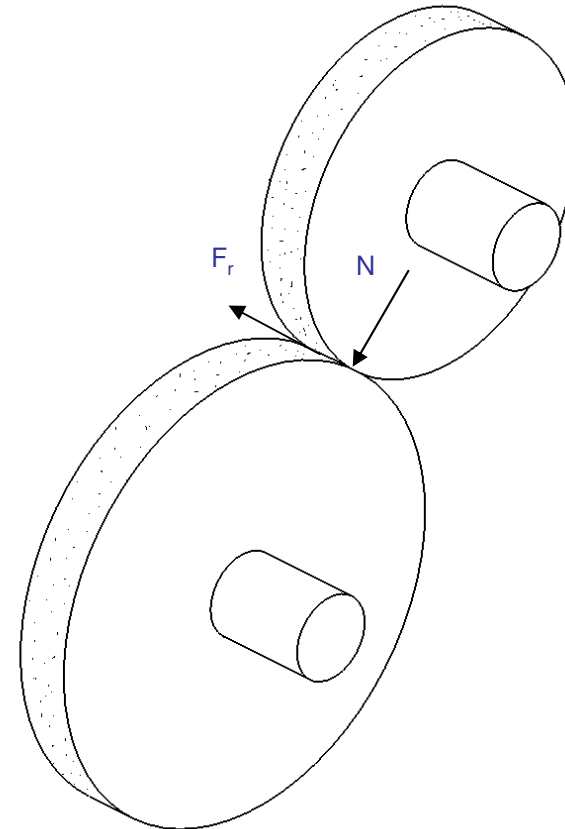
# Ruedas de fricción

Las ruedas de fricción transmiten potencia entre dos ejes gracias al rozamiento que se produce en el contacto.

Los problemas principales de este sistema son:

- Puede producirse deslizamiento si la fuerza de rozamiento no es lo suficientemente alta.
- Es necesario aplicar una fuerza normal a la superficie (dirección radial) para obtener una elevada fuerza de rozamiento.

$$F_r = \mu N$$



# Ruedas de fricción

Las ruedas de fricción pueden considerarse las antecesoras de los engranajes. Aunque actualmente no se emplean como medio de transmisión de potencia, pueden obtenerse ciertas relaciones cinemáticas que son útiles para el estudio de los engranajes.

En las ruedas de fricción se considera que en el punto de contacto no existe rozamiento, y por tanto, se produce rodadura pura estando en este punto situado el polo del movimiento relativo.

En engranajes ocurre algo similar. Ahora bien, en los engranajes la superficie equivalente a la superficie de las ruedas de fricción es imaginaria y se denominará circunferencia primitiva.



# Ruedas de fricción

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= F_r R_1 \\ T_2 &= F_r R_2 \end{aligned} \right\}$$

$$T_2 = \frac{R_2}{R_1} T_1$$

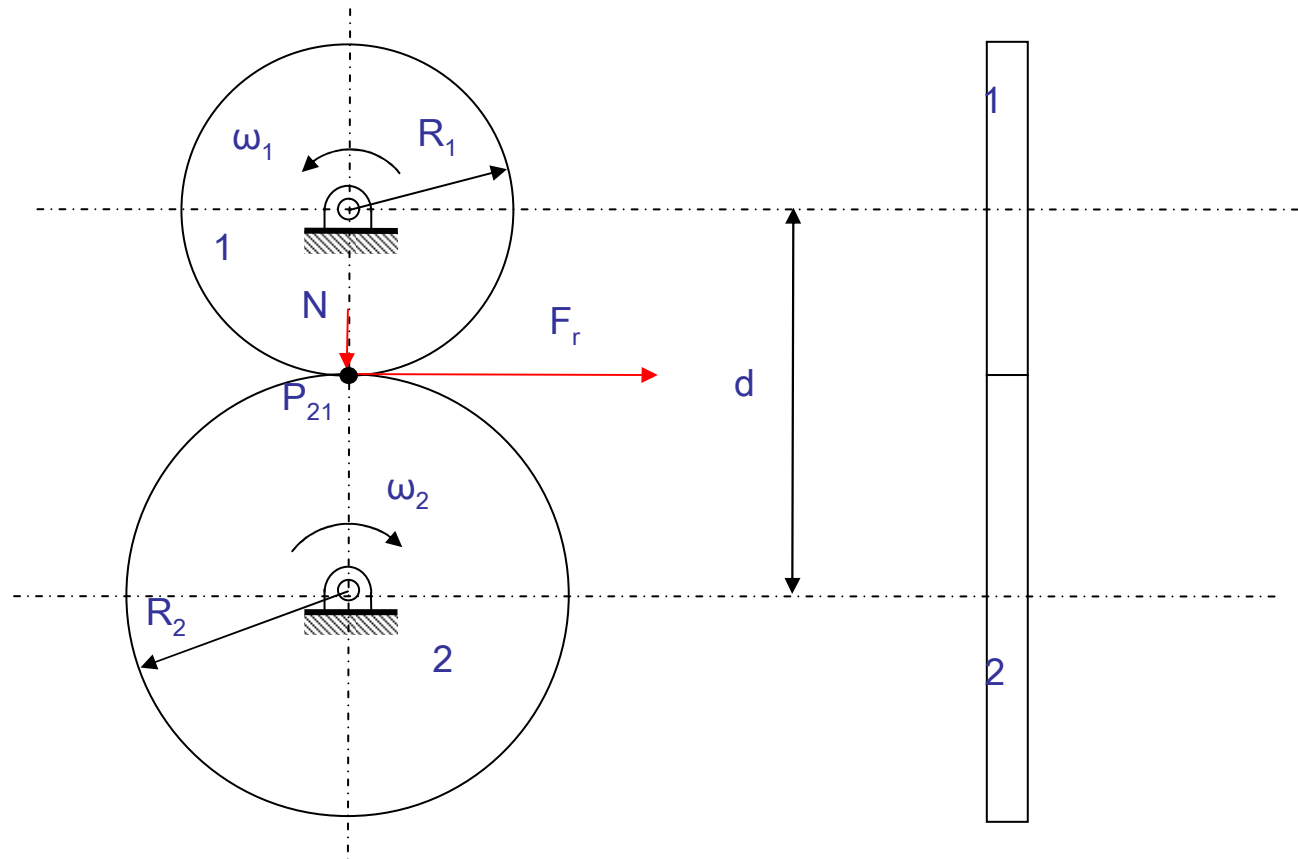
$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 = V_{p21}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_1}{R_2} &= \frac{\omega_2}{\omega_1} = \mu \\ R_1 + R_2 &= d \end{aligned} \right\}$$

$$R_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} + R_2 = d$$

$$R_1 = \frac{d\mu}{1+\mu}$$

$$R_2 = \frac{d}{1+\mu}$$



# Ruedas de fricción

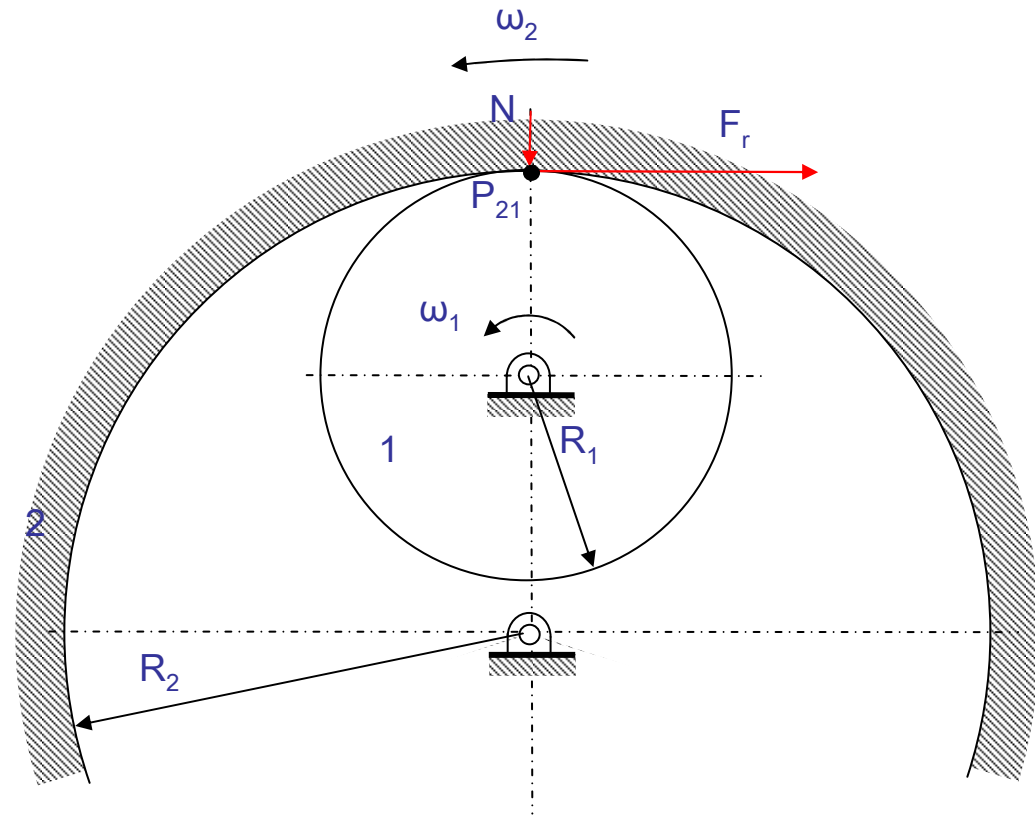
$$\omega_1 R_1 = \omega_2 R_2 = V_{p21}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_1}{R_2} &= \frac{\omega_2}{\omega_1} = \mu \\ R_2 - R_1 &= d \end{aligned} \right\}$$

$$R_2 \frac{\omega_2}{\omega_1} - R_2 = d$$

$$R_2 = \frac{d}{1 - \mu}$$

$$R_1 = \frac{d\mu}{1 - \mu}$$



# Capítulo VI: Tema 1

## Introducción a los engranajes

### 5. Nomenclatura de los engranajes.

# Nomenclatura de los engranajes

**Arco AB:** espesor circular del diente ( $e$ ).

**Arco BC:** Anchura de hueco ( $h$ ).

**AC=AB+BC:** paso circular ( $p$ ).

**Circunferencia primitiva:** es la rueda de fricción equivalente ( $R$ ).

**Circunferencia exterior ( $R_e$ ).**

**Circunferencia interior o de fondo ( $R_i$ ).**

**Addendum:** distancia radial entre la circunferencia primitiva y la exterior:

$$a = R_e - R$$

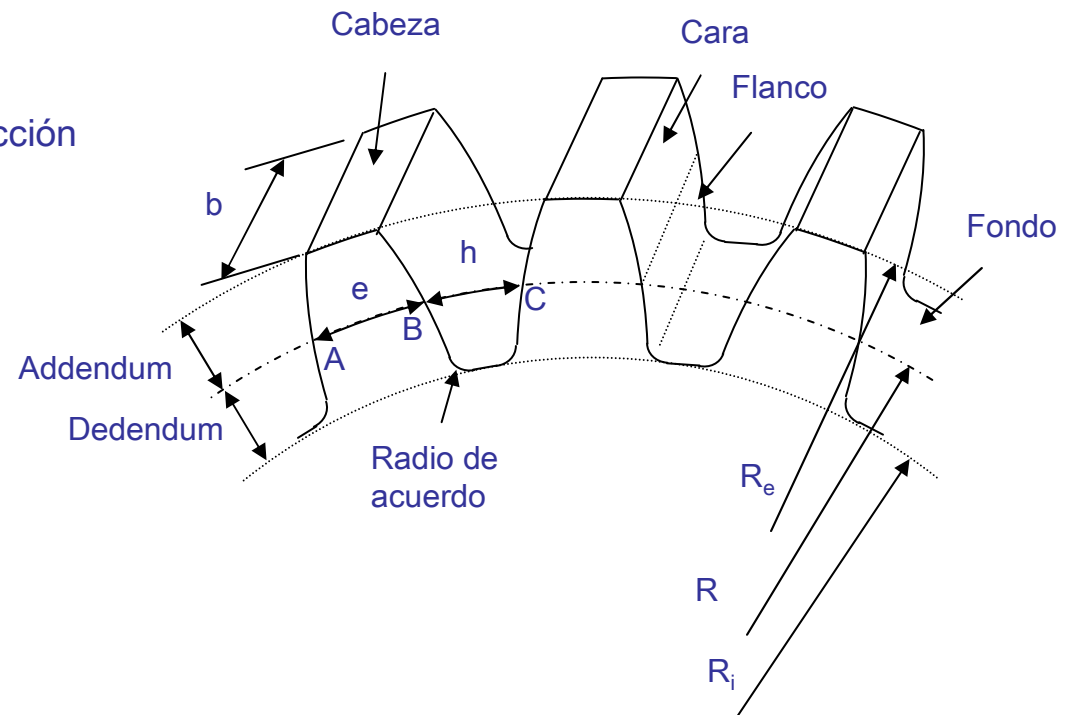
**Dedendum:** distancia radial entre la circunferencia interior y la primitiva:

$$d = R - R_i$$

**Altura del diente:** distancia entre la circunferencia de fondo y exterior:  $h_t = a + d$ .

**Juego ( $j$ ):** es la diferencia entre el hueco del diente y el espesor del diente que engrana en él:  $j = h_2 - e_1$ .

**Módulo ( $m$ ):** es el cociente entre el diámetro primitivo y el número de dientes:  $m = 2R/z$



# Capítulo VI: Tema 1

## Introducción a los engranajes

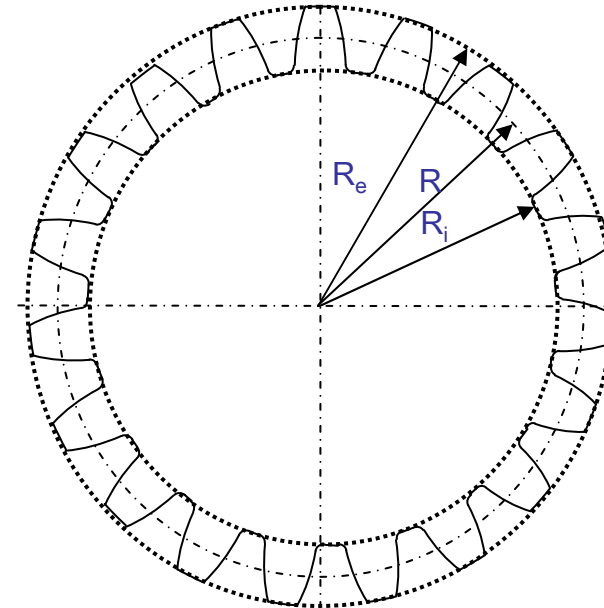
### 6. Relaciones fundamentales.

# Relaciones fundamentales

$$m = \frac{2R}{z} = \frac{2R\pi}{z\pi} = \frac{p}{\pi}$$

$$R = \frac{mz}{2} \quad d = mz$$

$$\mu = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{z_1}{z_2}$$



Esta última expresión condiciona la relación de transmisión que pueden proporcionar dos ruedas de engranaje, ya que el número de dientes  $z$  sólo puede adoptar valores positivos enteros.

Si se quiere obtener una relación  $\mu = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{1007}{175}$

Es necesario tener un número elevado de dientes (ruedas grandes). Esto puede solucionarse mediante una relación de transmisión aproximada o mediante trenes de engranaje.

# Capítulo VI: Tema 1

## Introducción a los engranajes

### 7. Ruedas intercambiables. Normalización.

# Ruedas intercambiables. Normalización

Para que dos ruedas engranen deben cumplir las siguientes condiciones:

- Tener el mismo módulo.
- Tener el mismo ángulo de presión (concepto aún no introducido).
- Addendum y dedendum iguales.
- Espesor y hueco de dientes iguales.



# Ruedas intercambiables. Normalización

Con el objeto de poder intercambiar ruedas de engranaje los módulos se encuentran normalizados (normas UNE, ISO, etc.). Es importante tener siempre en mente que el módulo está relacionado con el espesor del diente, módulo grande espesor grande. Por tanto, la selección del módulo depende de la resistencia tensional que es necesaria en el diente, un módulo elevado implica un diente más resistente. La selección del módulo cae por tanto fuera del ámbito de esta asignatura y se corresponde con el análisis tensional de engranajes.

En la tabla se muestra el caso de la norma ISO donde se presentan tres series de módulos. Siempre que sea posible se debe seleccionar la serie I. En todo caso evitar la serie III.

El ángulo de presión se debe seleccionar como  $20^\circ$ , si no es posible se selecciona  $14,5^\circ$  o  $20^\circ$ .

Además el tamaño del diente también se normaliza:

Diente normal:  $a = 1,00m$ ,  $d=1,25m$ , fondo  $c=0,25m$ .

Diente corto:  $a=0,75m$ ,  $d=1,00m$ ,  $c=0,25m$ .

I	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	12	16	20
II	1.125	1.375	1.75	2.25	2.75	3.5	4.5	5.5	7	9	11	14	18	
III					3.25	3.75		6.5						

# Capítulo VI: Tema 1

## Introducción a los engranajes

### 8. Retroceso.

# Retroceso (Backlash)

El retroceso o “backlash” es debido al juego entre dientes y espacios entre dientes en dos ruedas engranando.

Cuando se mantiene una rueda estática y no se aplica ningún par sobre la otra rueda, ésta última puede oscilar dentro del vano entre dientes una magnitud dependiente del juego. Como consecuencia se puede tener un error en la posición o modificarse la distancia entre centros.

Algunos tipos de ruedas disminuyen considerablemente el retroceso como son tornillo sin fin-corona, engranajes armónicos o sistemas antiretroceso.

# Capítulo VI: Tema 1

## Introducción a los engranajes

9. Ley general de engrane.
  - Construcción de perfiles conjugados.

# Ley general de engrane

La relación de transmisión entre dos perfiles en contacto se mantiene constante si estos verifican la ley general de engrane:

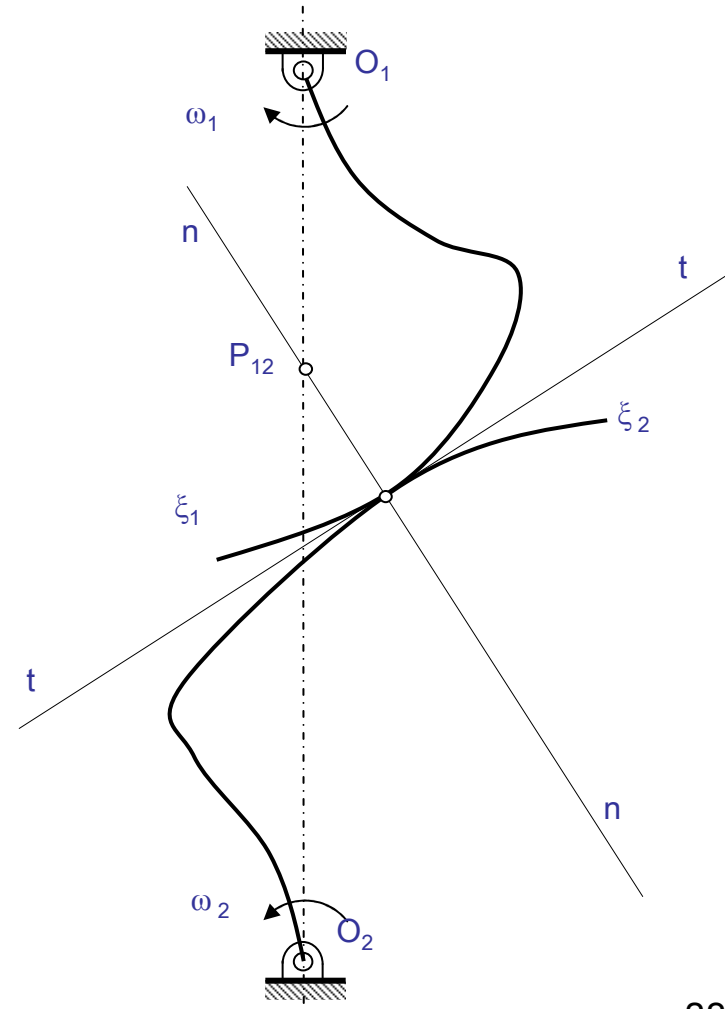
*“La ley general de engrane establece que la normal a los perfiles en el punto de contacto debe pasar en todo instante por un punto fijo de la línea de centros. A este punto le llamaremos punto primitivo”*

# Ley general de engrane

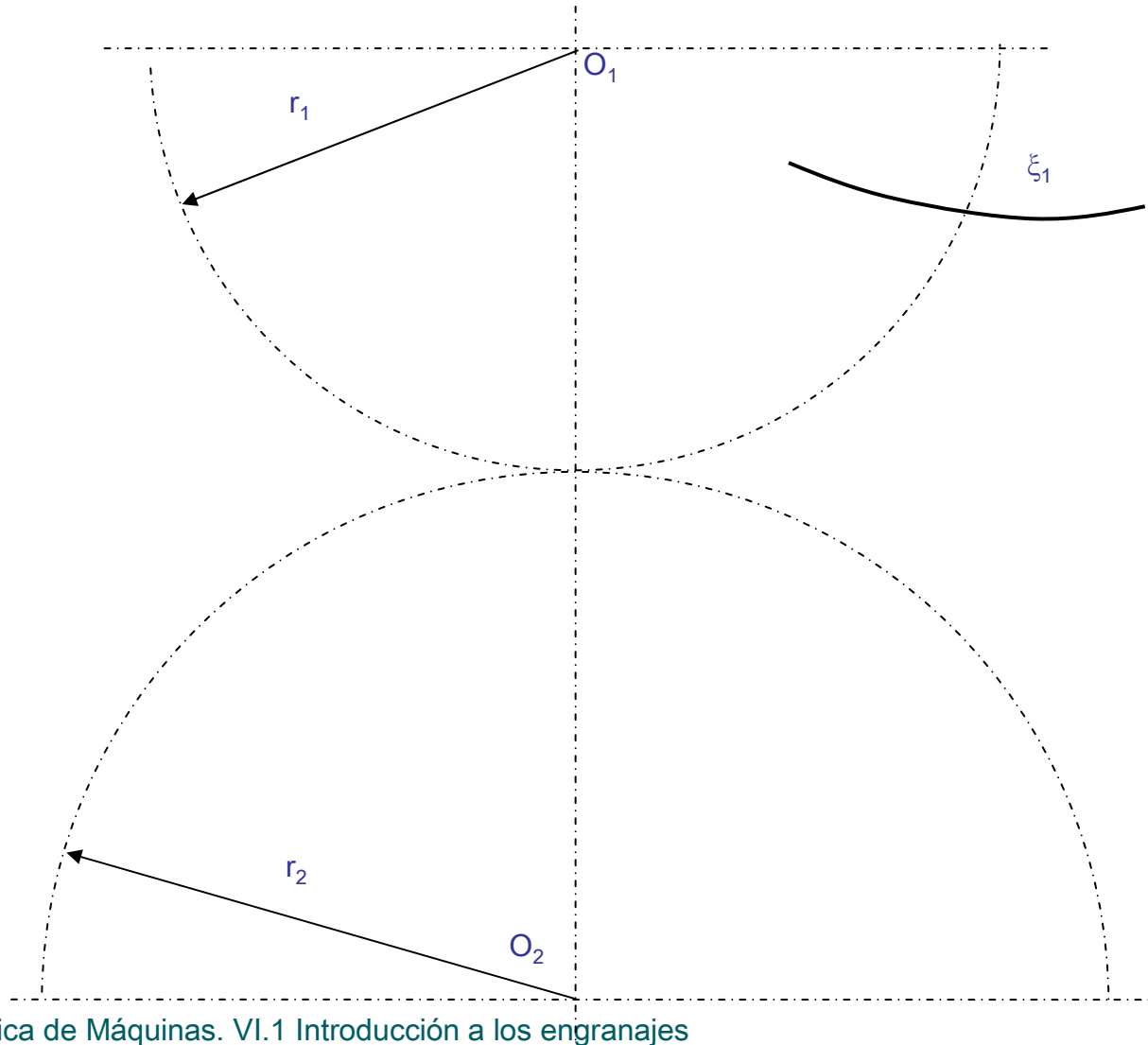
$$\omega_1 \times O_1 P_{12} = \omega_2 \times O_2 P_{12}$$

$$\mu = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{O_1 P_{12}}{O_2 P_{12}} = \text{cte}$$

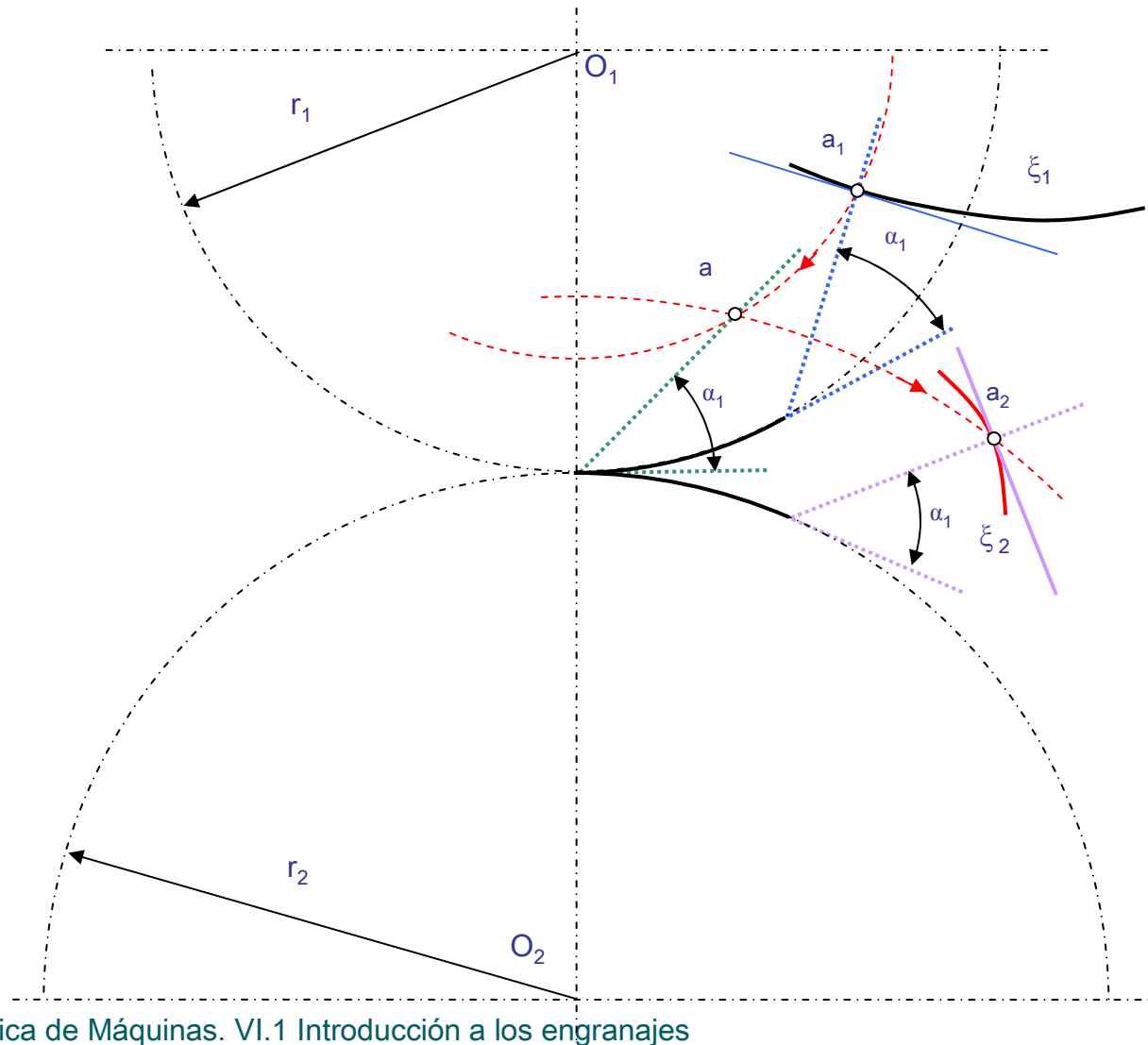
La condición necesaria y suficiente para tener una relación de transmisión constante es que el punto  $P_{12}$  no modifique su posición.



# Construcción de perfiles conjugados

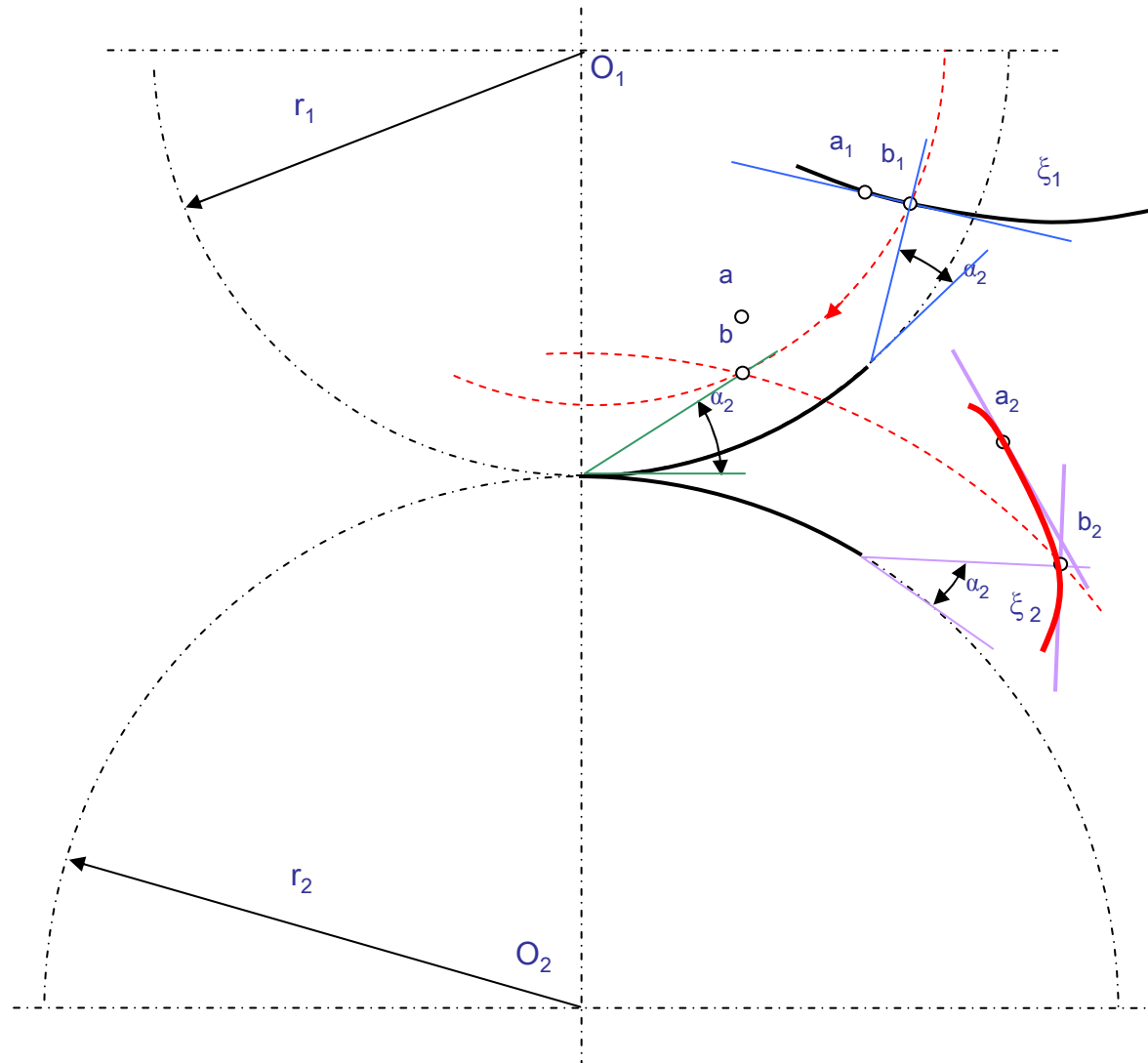


# Construcción de perfiles conjugados

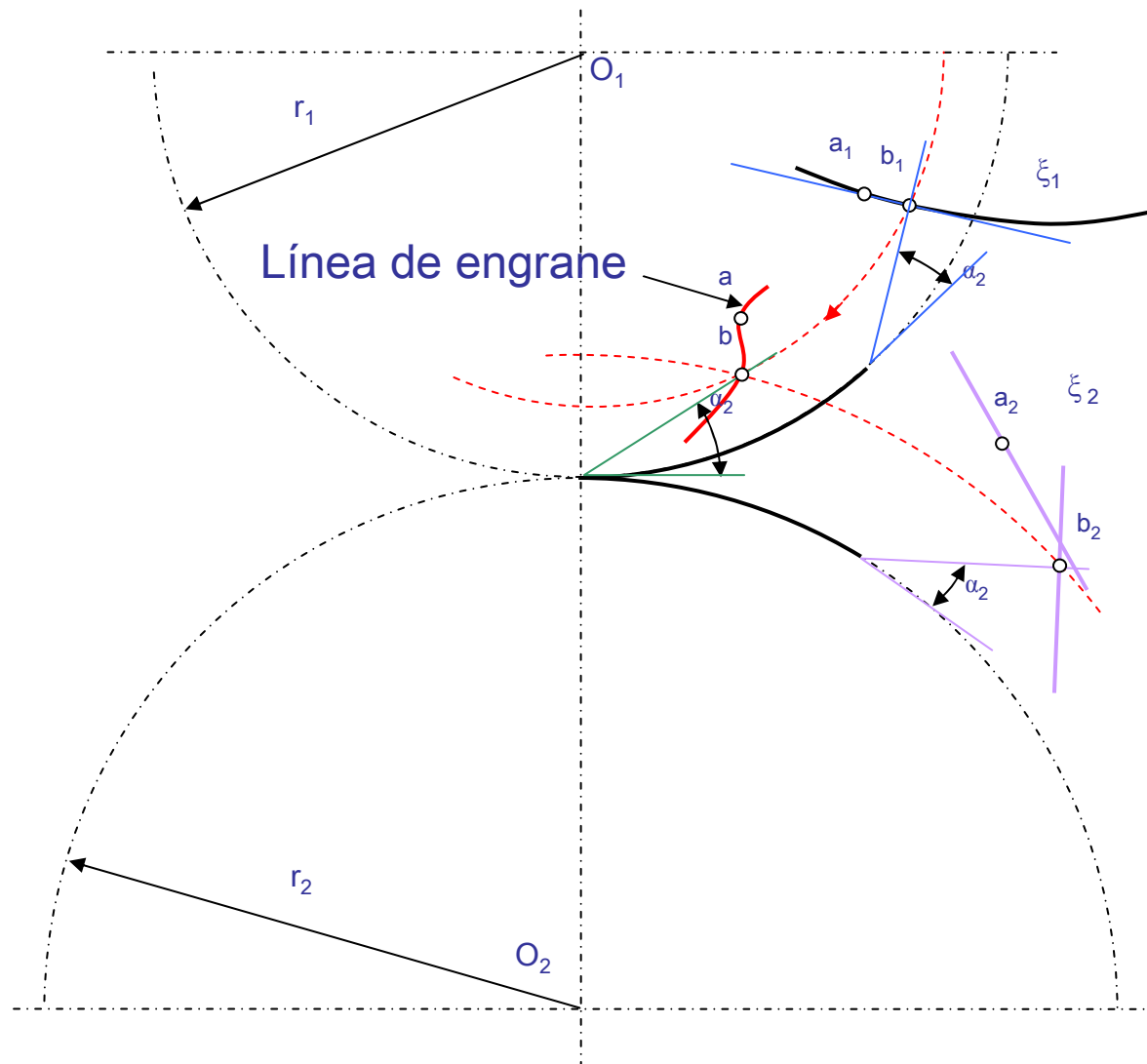




# Construcción de perfiles conjugados



# Construcción de perfiles conjugados



# Construcción de perfiles conjugados

**Línea de engrane:** lugar geométrico del punto matemático que coincide en cada instante con el punto de contacto entre los perfiles  $\xi_1$  y  $\xi_2$ .

**Ángulo de engrane:** es el ángulo que forma la normal a los perfiles conjugados en el punto de contacto con la perpendicular a la línea de centros.

Como se observo en la figura el ángulo de engrane coincide con  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$ . Este ángulo está relacionado con la dirección de la fuerza de contacto. Por tanto, es importante en una transmisión por engranajes que este ángulos sea constante para que también lo sea la dirección de la fuerza. De esta forma el funcionamiento de los engranajes es más suave eliminando ruido y vibraciones.

# Construcción de perfiles conjugados

## Propiedades de los perfiles conjugados:

1. Si fijamos  $\xi_1$  a una ruleta de radio  $r_1$  y la hacemos rodar sobre una base de radio  $r_2$  obtenemos una especie de posiciones sucesivas. La envolvente del perfil original en todas las posiciones es el perfil conjugado  $\xi_2$ .
2. Si un perfil  $\xi_1$  es el conjugado de otro perfil  $\xi_2$  y éste a su vez lo es de un tercero  $\xi_3$ , resulta que es también el perfil  $\xi_1$  conjugado de  $\xi_3$ .
3. El movimiento relativo de los dos perfiles conjugados es un rodadura ( $\omega_{21}$ ) con deslizamiento  $V_{\text{desl}} = \omega_{21} P_{12} a$ . Donde  $a$  es la posición del punto de contacto.

# Construcción de perfiles conjugados

