Grado en Ingeniería de los Recursos Mineros · Grado en Ingeniería de los Recursos Energéticos

Ampliación de Matemáticas (Curso 2011/2012)

Ejercicios TEMA 10

10.1 Dar un intervalo de probabilidad al 95 % para la proporción de seises obtenida al lanzar 100 veces un dado regular.

10.2 Se tiene una moneda trucada de tal manera que da caras con una probabilidad 0.51. Dar un intervalo de probabilidad al 97 % para la proporción de caras obtenida al lanzar la moneda 100 veces.

10.3 Al departamento de control de calidad de una empresa llegan 150 piezas extraidas al azar de entre un número elevado de piezas que se producen en un día. 21 de estas piezas resultan defectuosas.

a) Dar un intervalo de confianza al 95 % para la proporción de piezas defectuosas producidas en la empresa.

b) Determinar el número mínimo de piezas que tendría que analizar el departamento de control de calidad para estimar con una confianza del 95 % la proporción de piezas defectuosas con un error menor que 0.01

10.4 Se sabe que la proporción de pedidos que sufren un retraso está comprendida entre 0.6 y 0.8

a) Determinar el tamaño de la muestra necesario para estimar dicha proporción con error menor que 0.01 al nivel 0.95.

b) Si en una muestra del tamaño anterior se han observado 5000 pedidos con retraso, estimar por intervalos dicha proporción al nivel indicado.

10.5 Se desea conocer la proporción de rocas con alto contenido mineral en una cierta explotación minera. Para ello, se toman dos muestras de 100 y 500 rocas, respectivamente y se observa que dichas muestras presentan proporciones de alto contenido mineral de $x_1 = 0.1$ y $x_2 = 0.11$, respectivamente. Calcular:

a) Un intervalo de confianza $(x_1 - e, x_1 + e)$ del 80 % para la proporción de rocas con alto contenido mineral basado en la primera muestra.

b) El nivel de confianza $(1-\alpha)$ del intervalo de confianza basado en la segunda muestra (x_2-e, x_2+e), que tiene asociado el mismo error e que en el caso anterior.

10.6 Se tiene un montón de grava y tras someterse a estudio se obtiene que la desviación típica del peso de las piezas de grava es de 2.5 gramos.

a) Se toma un muestra aleatoria y se obtiene que el peso medio muestral es de 30.5 gramos. Sabiendo que un intervalo de confianza al 95 % para el peso medio muestral es $(30, 31)$, ¿De que tamaño era la muestra tomada?.

b) Si se toma un muestra aleatoria de 50 piezas con un peso medio muestral de 30.5 gramos. ¿Que nivel de confianza le corresponde ahora al intervalo de confianza $(30, 31)$?.

10.7 En una cierta explotación se desea estudiar las características de un gran número de piezas de grava.

a) Conociendo la desviación típica del peso de las piezas de grava (5 gramos), obtener un intervalo de confianza al 85 % para el peso medio poblacional a partir de una muestra de 100 piezas, cuyo peso medio es de 45 gramos.

b) Se toman dos muestras distintas, la primera de ellas de 90 piezas y la segunda de un tamaño desconocido; en la primera muestra se obtiene una proporción muestral de piezas grandes (aquellas de peso superior a un cierto umbral) de 0.25 y en la segunda de 0.2; a partir de esas muestras se obtienen dos intervalos de confianza para la proporción poblacional de piezas grandes, con un nivel de confianza del 95 % en ambos casos. Sabiendo que el error obtenido para la primera muestra fue el doble que para la segunda, ¿de que tamaño era la segunda muestra?.

10.8 En una cadena de producción se quiere estimar la longitud media (ℓ) de un cable fabricado mediante un proceso de producción que sigue una distribución normal con una varianza de 0.01cm. Se toman muestras de 16 cables con los siguientes valores de lontigud en cm:

4.8, 4.94, 4.75, 4.78, 4.95, 4.91, 4.95, 4.96, 5.02, 4.9, 4.86, 5.01, 5.07, 4.95, 5, 4.84

a) ¿Cuál será el intervalo de confianza del 95 % para ℓ?

b) Según este resultado, ¿puede considerarse que este proceso tiene un valor medio de 5.0 cm?

c) A este nivel de confianza, ¿Cuál es el error máximo cometido en la estimación de la media poblacional mediante la media muestral?

d) ¿Qué deberíamos hacer si quisiéramos reducir este error a 0.03 cm?

10.9 Una muestra de 36 bricks de una marca de zumo dió un contenido promedio de azúcar de 3mg. Suponiendo que el contenido de azúcar de estos zumos sigue una Normal con $\sigma = 1$mg, calcular:

a) el intervalo de confianza al 95 % para el verdadero contenido promedio de azúcar en estos zumos.

b) Si el fabricante garantiza que el contenido promedio de azúcar es de 2.9mg, de acuerdo con el intervalo hallado, se puede decir que es cierta esta afirmación.

10.10 Dar un intervalo de confianza al 99 % para la varianza de la altura de los estudiantes de Ingeniería Técnica de Minas tomando como muestra los datos de una clase de 50 alumnos, de los que se ha obtenido una cuasi-varianza de $64cm^2$. NOTA: Se supone que la altura de los estudiantes se distribuye de forma normal.