

Ampliación de Matemáticas. Final Junio 2009

Primer parcial

1. Calcular la integral curvilínea $\oint_C x y dx + 2 x dy$ a lo largo de la elipse de centro el origen y semiejes $a=1$ y $b=2$ (2 p)
-
2. Supongamos un alambre cuya forma es la imagen de la hélice circular H de ecuaciones paramétricas $\vec{\alpha}(t) = (\cos t, \sin t, t)$; $t \in [0, 2\pi]$ posee como función de densidad $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$. Calcular la longitud del alambre, su masa, la coordenada z de su centro de masa y su densidad media (3 p)
3. a) Calcular, usando las derivadas parciales, la derivada direccional de la función $f(x, y) = x^2 + y^2$ en el punto $P(1, 1)$ en el sentido del vector que forma un ángulo de 60° con el sentido positivo del eje OX (1 p).
- b) Calcular d^2z de la función $z = \sin x \sin y$ (1 p)
- c) Dada la función $f(x, y) = x^2 y^2 - 4y^2 - 36x$
Hallar la ecuación de la curva de nivel que pasa por el punto $(2, 1)$ (0.75 p)
Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie anterior en el punto $(2, 1, f(2, 1))$ (1.25 p)
4. Calcular $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} \sin^5 \cos^3 t dt$ (1 p)

Segundo parcial

5. Se considera el paraboloides $z = \frac{x^2}{2p} + \frac{y^2}{2q}$ y el cilindro $x^2 + y^2 = a^2$. Calcular el volumen del cuerpo limitado por ambas superficies y el plano XY (2.5 p)
-
6. Calcular el área de la superficie tronco de cono de ecuación $z = a\sqrt{x^2 + y^2}$ con radios de las bases 3 y 4 (2 p)
-
7. Integrar la ecuación diferencial $(1 - x^2 y)dx + x^2(y - x)dy = 0$ sabiendo que admite un factor integrante (1.5 p)
-
8. Integrar la ecuación diferencial $3x y' - 2y = \frac{x^3}{y^2}$ (1.5 p)
-
9. a) Resolver la ecuación diferencial $y'' + 9y = 0$ con las condiciones iniciales $y(0) = 7$; $y'(0) = 5$. Calcular la amplitud, la frecuencia natural del sistema, y el periodo. ¿De que tipo de sistema se trata. Razónalo (1.5 p)
- b) La expresión $x^2 = c - 2y^2$ define una familia de curvas (equipotenciales). Calcular la familia ortogonal (líneas de flujo) (1 p)

Tiempo 3 horas