Ampliación de Matemáticas. Prueba -4-6-2010

1. a) Hallar el centro, foco y el vértice de la elipse $12x^2+20y^2-12x+40y-37=0$ (1 p)

b) Representar razonadamente la función z=f(x, y)=25 -x^2 -y^2 (0.75 p)

c) Dada la función $z=\dfrac{-1}{x^2+y^2}$. Calcular la diferencial total (1 p)

d) Sea $z=f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$, calcular la derivada direccional de f en el punto (3,4) en la dirección del vector v = (3,-4) (1 p)

c) Calcular la ecuación del plano tangente a la superficie $z=x^2+4y^2$ en el punto (2,-1) (1 p)

d) Calcular la divergencia del campo vectorial $\overline{F}=L(x^2+y^2)\bar{i}+xy\bar{j}+L(y^2+z^2)\overline{k}$ (0.5 p)

2. Dada la función $z=f(x,y)=\dfrac{2x^3+2xy^2}{y}$

a) ¿Cuál es la dirección de máximo crecimiento de z en (x = y = 1) (0.75 p)

b) ¿Y la de máxima disminución? (0.75 p)

3. La integral $\int_C \vec{f}.\overrightarrow{dr}$ da el trabajo realizado por el campo de fuerzas $\vec{f}=\dfrac{-1}{2}x\vec{i}-\dfrac{1}{2}y\vec{j}+\dfrac{1}{4}\overline{k}$ sobre la trayectoria de la hélice $\mathbf{r}(t)=(\cos t,\operatorname{sen} t,t)$ desde el punto (1,0,0) al punto (1,0,3 π) . Calcular dicho trabajo (2 p)

4. Calcular la longitud de la curva $x(t)=\operatorname{sen}3t$, $y(t)=\cos 3t$, $z(t)=2t^{\frac{3}{2}}$ $0\le t\le 1$ (1.25 p)