

Ampliación de Matemáticas. Primera Prueba -2-4-2009

1. Dada la función $f(x, y, z) = x^3 y z^2$. Calcular

a) gradiente de f y Laplaciano de f (1 p)

b) Dado el campo vectorial $\vec{F} = 3x^2 y z^2 \vec{i} + x^3 z^2 \vec{j} + 2x^3 y z \vec{k}$. Calcular el Rotacional de F y la divergencia de F (1 p)

2. a) Calcular la derivada de la función $f(x, y, z) = x y + y z + z x$ en el punto $(1, 1, 2)$ en la dirección del vector $\mathbf{v} = (10, -1, 2)$ (1 p)

b) Dada la superficie $x y z = 1$. Calcular el vector normal y el plano tangente a la superficie en el punto $(1, 1, 1)$ (1 p)

c) Analizar la curva y dibujar la grafica $9x^2 + 4y^2 - 36x + 8y + 31 = 0$ (1 p)

3. Dado el campo de fuerzas $\vec{F}(x, y) = x y \vec{i} + x \vec{j}$. Calcular el trabajo realizado al mover una partícula a lo largo de los puntos $A(1, 1)$ y $B(2, 4)$ siguiendo el camino dado por:

a) El segmento que los une (1.25 p)

b) La parábola $y = x^2$ (1.25 p)

c). Calcular la longitud del arco de curva

$$x = t + 1, y = \frac{2\sqrt{2}}{3} t^{\frac{3}{2}}, z = 2t^{\frac{3}{2}} \quad 1 \leq t \leq 2 \quad (1 \text{ p})$$

4. Dada la función $z = \frac{x^2 + y^2}{x}$. Calcular $E_2 = x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ (1.5 p)