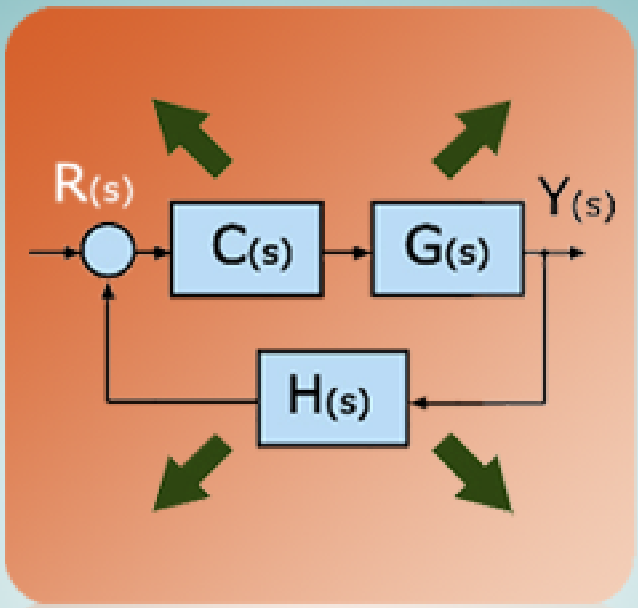
Automática

Capítulo 3. Errores en Estado Estacionario



José Ramón Llata García
Esther González Sarabia
Dámaso Fernández Pérez
Carlos Torre Ferrero
María Sandra Robla Gómez

Departamento de Tecnología Electrónica
e Ingeniería de Sistemas y Automática

3

Errores en Estado Estacionario

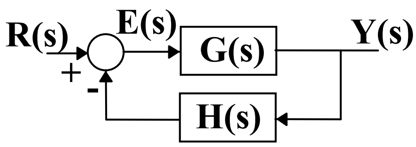
3.1. INTRODUCCIÓN

Para establecer las características de un sistema de control, una vez comprobada la estabilidad del mismo, y poder comparar éstas con las de otros sistemas, es necesario calcular un conjunto de parámetros que permitan definir su respuesta ante señales de entrada preestablecidas. Con objeto de definir totalmente el comportamiento del sistema, es necesario establecer las propiedades en régimen dinámico o transitorio, así como, las características en régimen estático o permanente.

Por régimen permanente o estado estacionario, se entiende la zona de la respuesta del sistema en la que, tras haber transcurrido tiempo suficiente, todas las señales del sistema se han estabilizado y permanecen a un valor constante, mientras no se introduzca una señal externa. Por otro lado, se define como error del sistema a la diferencia entre la señal de referencia y la salida proporcionada para esta entrada, teniendo en cuenta que ambas corresponden a las mismas magnitudes y que vienen definidas en las mismas unidades. De esta forma, el error en estado estacionario de un sistema se corresponde con el valor de la señal a la salida del comparador, cuando ésta se ha estabilizado a un valor constante.

3.2. ERRORES ESTACIONARIOS

A continuación se observa el valor de la señal de error, esto es, a la salida del comparador, para un sistema realimentado tal como el que se muestra en la figura.



$$E(s) = R(s) - Y(s)\cdot H(s)\,; \qquad Y(s) = E(s)\cdot G(s)$$

$$E(s) = R(s) - E(s)\cdot G(s)\cdot H(s)\,; \qquad E(s)\left[1 + G(s)\cdot H(s)\right] = R(s)$$

$$E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)\cdot H(s)}$$

Esta expresión proporciona la transformada de Laplace de la señal de error para todo el tiempo, permitiendo conocer la evolución de la misma durante toda la respuesta del sistema. En este caso sólo interesa conocer el valor en régimen permanente con lo que, aplicando el teorema del valor final, se obtiene el valor del error en estado estacionario:

$$e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s)$$

$$\boxed{e_\infty = \lim_{s\to 0} s\frac{R(s)}{1 + G(s)H(s)}}$$

Se observa que el error del sistema depende de la señal de entrada, R(s), introducida al sistema. Por este motivo, y con objeto de poder comparar comportamientos de diferentes sistemas de control, se hace necesario establecer un conjunto de señales típicas de prueba. Estas señales deben ser fáciles de generar y deben permitir obtener información del comportamiento del sistema en funcionamiento normal. Así, las señales de prueba más importantes son la entrada tipo escalón, la entrada tipo rampa y la entrada tipo aceleración. A continuación se particulariza la expresión anterior del error en régimen permanente, para cada una de estas señales de prueba.

3.2.1. Error de posición (entrada escalón).

Cuando la señal de entrada al sistema es un escalón, el error en estado estacionario se denomina como "error de posición", y viene dado por las siguientes expresiones.

$r(t) = 1;\; R(s) = 1/s$

$$e_{p\infty} = \lim_{s\to 0} s\frac{1/s}{1 + G(s)H(s)} = \lim_{s\to 0}\frac{1}{1 + G(s)H(s)}$$

$$\boxed{e_{p\infty} = \frac{1}{1 + \lim\limits_{s\to 0} G(s)H(s)} = \frac{1}{1 + K_p}} \qquad K_p = \lim_{s\to 0} G(s)H(s)$$

A K_p se le conoce como "Constante de error de posición".

3.2.2. Error de velocidad (entrada rampa):

Cuando la señal de entrada es de tipo rampa, el error en estado estacionario se denomina como "error de velocidad", e introduciendo el valor de esta entrada, se puede definir como:

$r(t) = t;\ R(s) = 1/s^2$

$$e_{v\infty} = \lim_{s\to 0} s \frac{1/s^2}{1+G(s)H(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s + sG(s)H(s)}$$

$$\boxed{e_{v\infty} = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} sG(s)H(s)} = \frac{1}{K_v}} \qquad K_v = \lim_{s\to 0} sG(s)H(s)$$

3.2.3. Error de aceleración (entrada parabólica):

Cuando la señal de entrada es de tipo parabólico, el error en estado estacionario se denomina como "error de aceleración", e introduciendo el valor de esta entrada, se puede definir como:

$r(t) = t^2/2;\ R(s) = 1/s^3$

$$e_{a\infty} = \lim_{s\to 0} s \frac{1/s^3}{1+G(s)H(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{s^2 + s^2G(s)H(s)}$$

$$\boxed{e_{a\infty} = \frac{1}{\lim\limits_{s\to 0} s^2G(s)H(s)} = \frac{1}{K_a}} \qquad K_a = \lim_{s\to 0} s^2 G(s)H(s)$$

A K_a se le conoce como "Constante de error de aceleración".

3.2.4. Tipo de un sistema.

Se define tipo de un sistema como el orden del polo en el origen de la función de transferencia en cadena abierta del sistema.

$$G(s) = \frac{(s-a_1)(s-a_2)\cdots(s-a_n)}{s^N(s-b_1)(s-b_2)\cdots(s-b_p)}$$

Según aumenta el tipo del sistema, aumenta también su precisión. En la siguiente tabla puede verse cómo varía el error ante las diferentes entradas, en función del tipo del sistema.

		Error		
		Posición	Velocidad	Aceleración
Tipo	0	$1/(1+K_p)$	∞	∞
	1	0	$1/K_v$	∞
	2	0	0	$1/K_a$