



Capítulo I

I.2 Nociones generales sobre mecanismos

Capítulo I. INTRODUCCION.

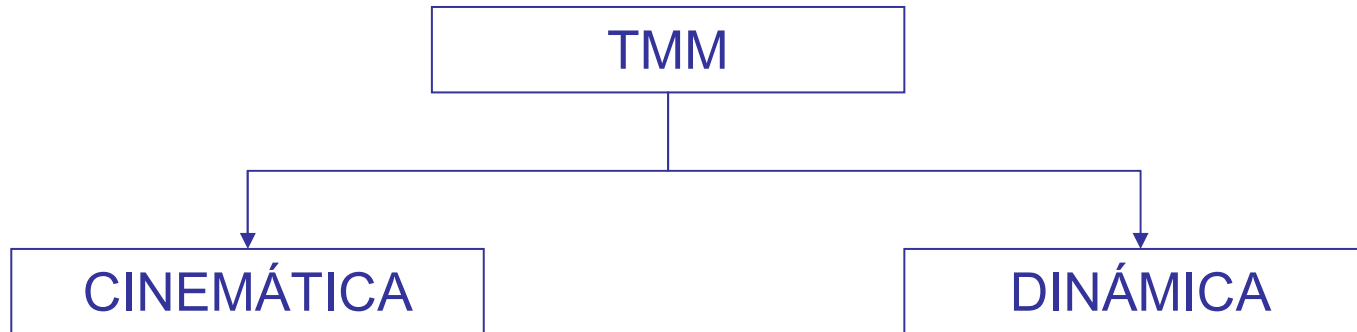
1. Introducción a la asignatura de Cinemática y Dinámica de Máquinas.
2. **Nociones generales sobre mecanismos.**
 1. Problemas en la TMM.
 2. Definición mecanismo, elemento y par.
 3. Cadenas cinemáticas.
 4. Mecanismos.
 5. Criterio de Grübler: aplicaciones, limitaciones y ejemplos. Otros criterios.

Capítulo I: Tema 2

I.1 Problemas de la Teoría de Máquinas y Mecanismos.

1. Introducción.
2. Cinemática.
 1. Análisis cinemático.
 2. Síntesis cinemática.
3. Dinámica.
 1. Dinámica de cuerpo rígido.
 2. Dinámica de cuerpo flexible.
 3. Percusiones e impactos.

Introducción



Análisis cinemático.

- Problema de posición inicial y problema de posiciones sucesivas.
- Análisis de velocidades y aceleraciones.

Síntesis cinemática.

- Síntesis topológica.
- Síntesis dimensional.

Posición de equilibrio estático.

Problema dinámico directo.

Problema dinámico inverso.

Problema dinámico inverso y directo de sistemas multicuerpo flexibles.

Percusiones e impactos.

Cinemática

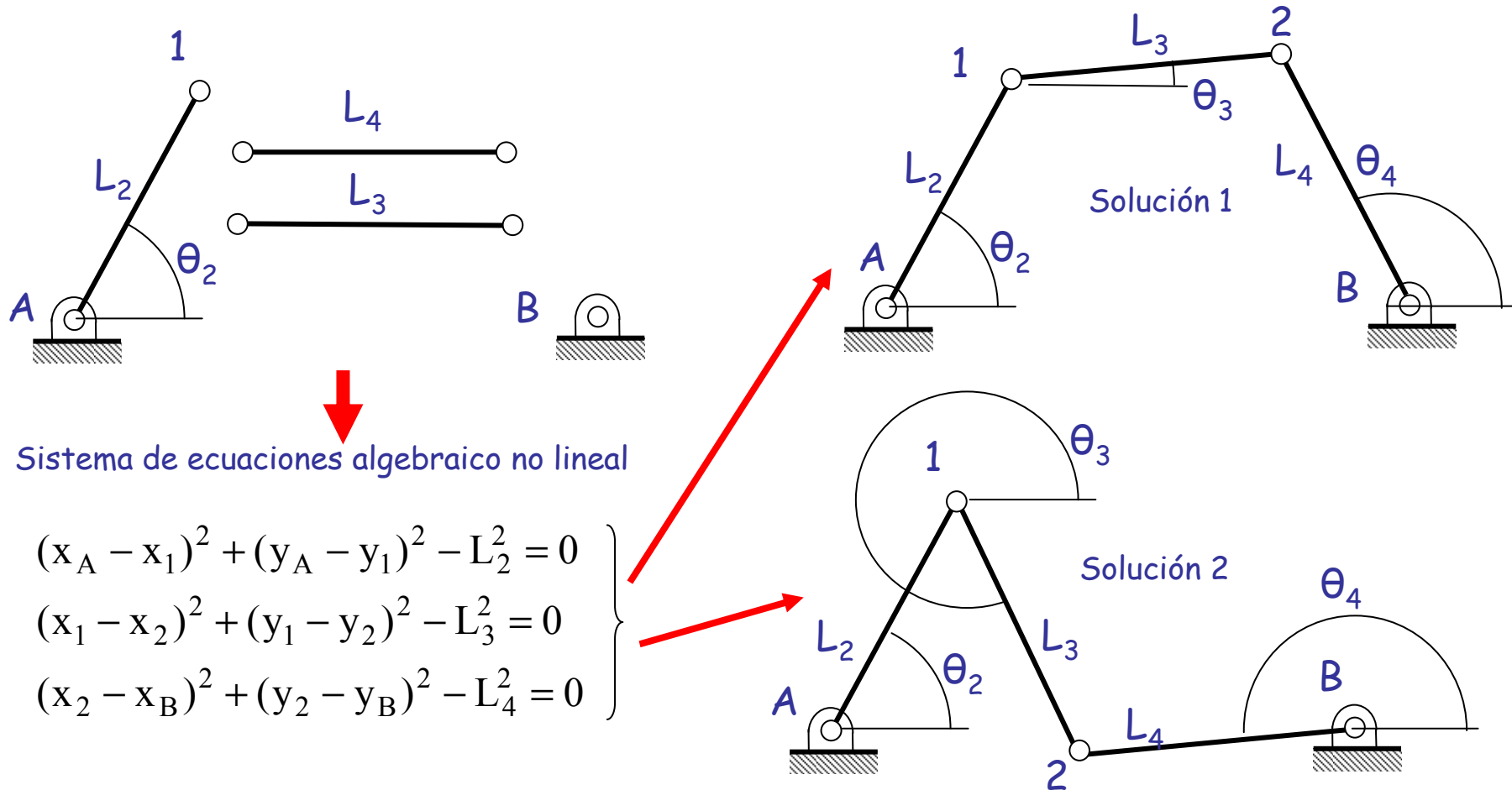
Cinemática: Estudia el movimiento independientemente de las fuerzas que lo producen. Es un problema puramente geométrico y puede ser resuelto sin considerar ni las fuerzas ni las características de inercia de los elementos (masa, momentos de inercia, etc.).

Análisis cinemático

Análisis cinemático: Se obtienen las posiciones, velocidades y aceleraciones del mecanismo mediante la resolución de sistemas de ecuaciones algebraicas no lineales. El análisis cinemático puede dividirse en los siguientes problemas:

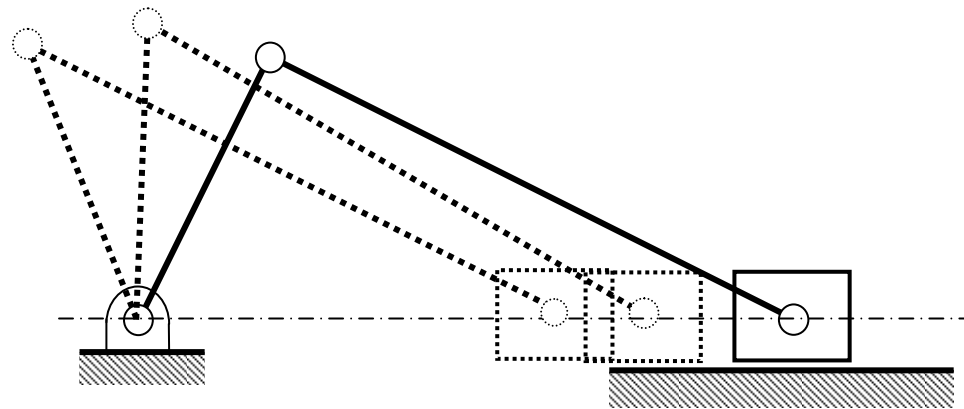
- **Problema de la posición inicial:** Consiste en encontrar la posición de todos los elementos del sistema multicuerpo una vez conocida la posición del elemento o elementos de entrada. Es un problema no lineal y que además puede presentar varias soluciones perfectamente válidas.

Análisis cinemático



Análisis cinemático

- **Problema de posiciones sucesivas (o desplazamientos finitos)**: Este problema es una variación del problema de posición inicial. Dada una posición inicial conocida, consiste en encontrar la posición de todos los elementos del sistema multicuerpo una vez conocida la posiciones sucesivas (en desplazamientos finitos) de los elementos de entrada.



Análisis cinemático

- **Problema de velocidades y aceleraciones:** Dada las posiciones y velocidades de los elementos de entrada, el problema de velocidad consiste en encontrar las velocidades de todos los demás elementos. De la misma forma el problema de aceleración consiste en encontrar las aceleraciones de todos los elementos dada las posiciones y velocidades de todos los elementos.
- **Simulación cinemática:** La simulación cinemática consiste en poder observar el rango completo del movimiento del mecanismo obteniendo trayectorias de puntos, pudiendo detectar problemas como la colisión con elementos del mismo o circundantes.

Síntesis cinemática

Síntesis cinemática: Es el proceso de encontrar la mejor geometría y dimensiones del mecanismo que producirá el movimiento deseado.

Análisis cinemático



Síntesis cinemática

Datos: geometría y dimensiones del mecanismo y posición de los elementos de entrada

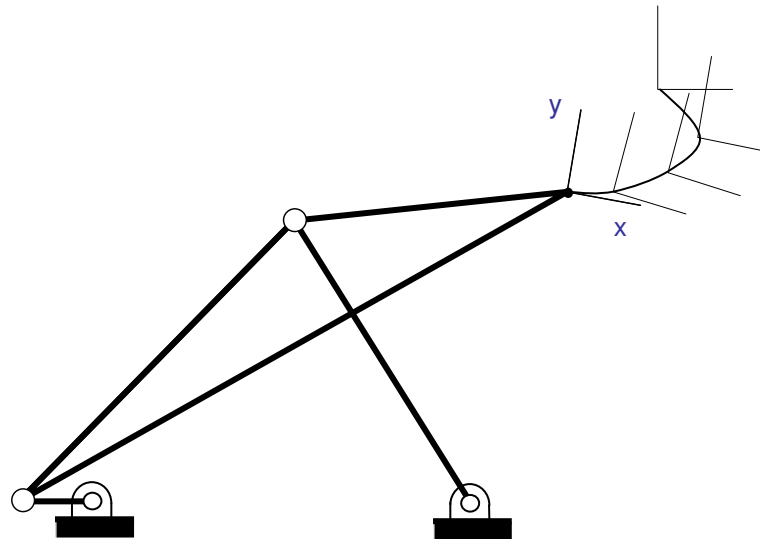
Resultado: Posición inicial, desplazamientos finitos, velocidades y aceleraciones.

Datos: Posición inicial, desplazamientos finitos, velocidades y aceleraciones.

Resultados: geometría y dimensiones del mecanismo y posición de los elementos de entrada

Síntesis cinemática

Problema de síntesis: Encontrar el mecanismo que pase por las 5 posiciones de la figura



Síntesis cinemática

Síntesis de tipo o Reuleaux: Consiste en encontrar el tipo y número de elementos y pares cinemáticos para formar un mecanismo que cumpla con las condiciones de movimiento impuestas.

Síntesis dimensional: Para un mecanismo estructuralmente definido (elementos y pares cinemáticos), consiste en encontrar las dimensiones de los elementos que proporcionen las características de movimiento que cumplan con la condiciones impuestas.

Dinámica

Análisis dinámico: Estudia el movimiento causado por la acción de las fuerzas aplicadas sobre el mecanismo. Para obtener el movimiento del sistema es necesario resolver ecuaciones diferenciales lo que le convierte en un problema relativamente más complejo que el problema cinemático. El análisis dinámico puede dividirse en los siguientes problemas:

Dinámica de cuerpo rígido

Posición de equilibrio estático: Consiste en encontrar la posición del sistema en la cual todas las fuerzas de gravedad, externas, elásticas y reacciones se encuentran en equilibrio.

No es puramente un problema dinámico pero al intervenir las características dinámicas del sistema se le considera dentro de este apartado.

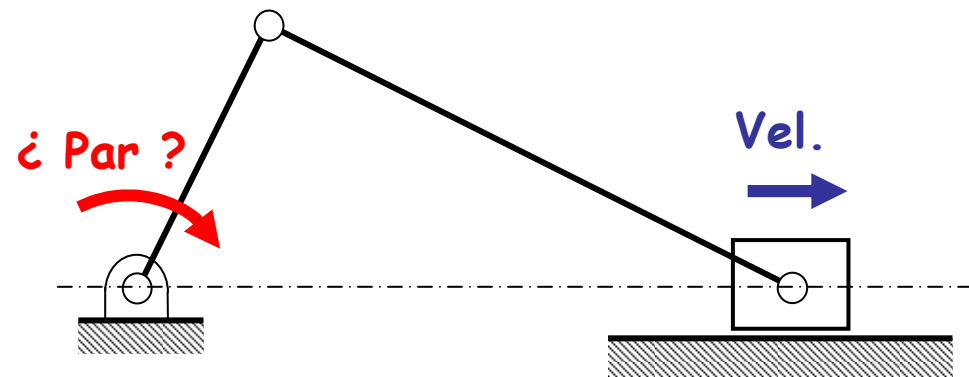
El problema de la posición de equilibrio estático tiene importancia en vehículos para determinar dicho equilibrio en los sistemas de suspensión.

Dinámica de cuerpo rígido

Problema dinámico inverso:

Consiste en encontrar las fuerzas o momentos necesarios en motores y/o actuadores del mecanismo para producir un determinado movimiento.

Es un análisis híbrido entre el análisis cinemático y dinámico. Primero se resuelve el problema cinemático con la completa determinación de posición, velocidad y aceleración. Posteriormente se obtienen las fuerzas necesarias para obtener ese movimiento.

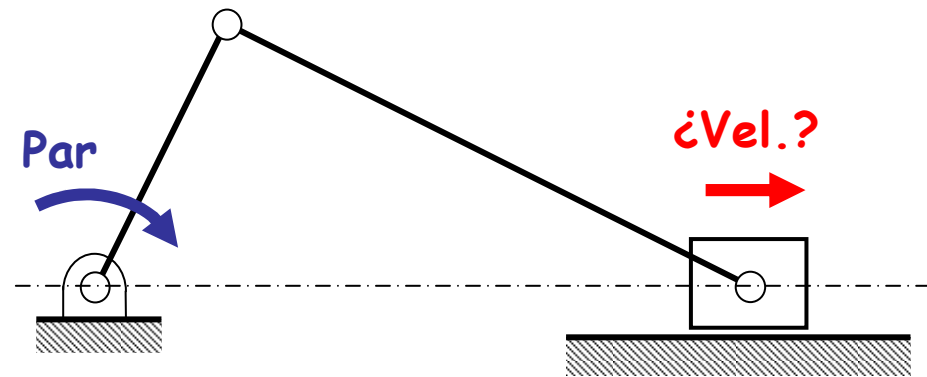


Tiene una gran importancia para seleccionar los motores y/o actuadores que deben ser empleados para producir el movimiento deseado.

Dinámica de cuerpo rígido

• Problema dinámico directo:

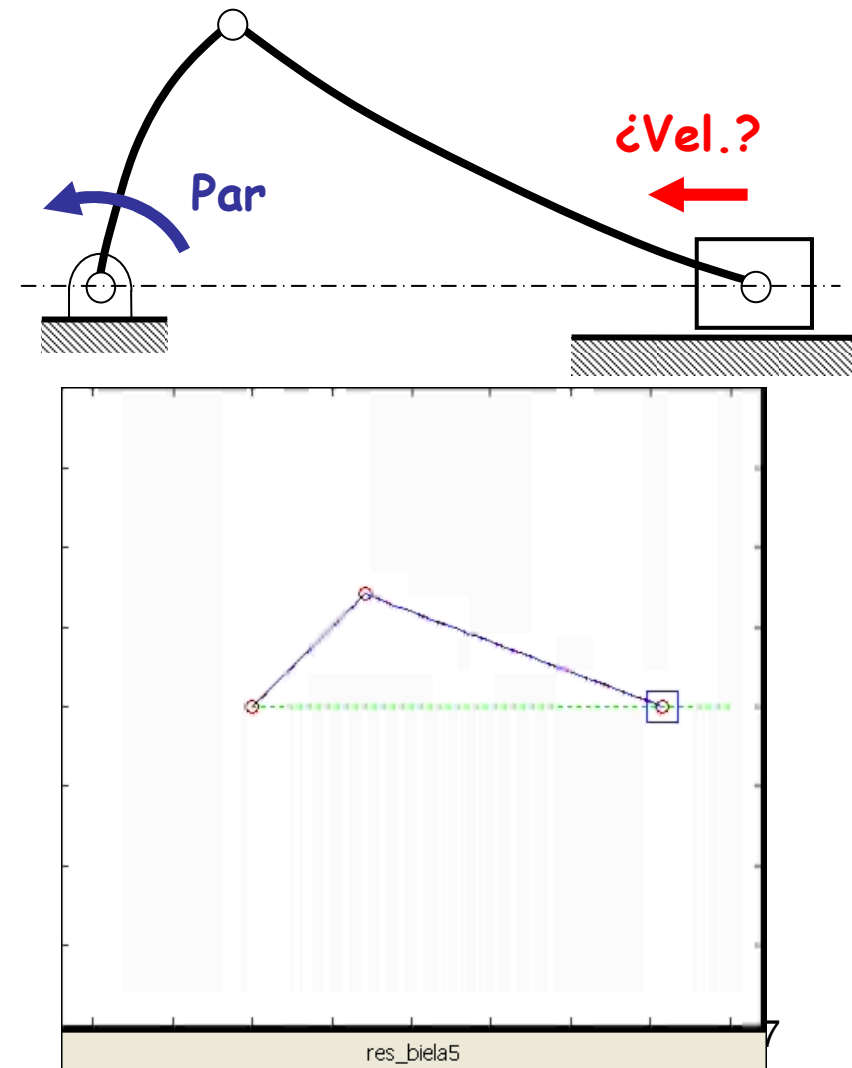
Conocidos las fuerzas y momentos aplicados por los motores y/o actuadores consiste en obtener el movimiento del sistema multicuerpo. Es lo que habitualmente se conoce como **simulación dinámica**. El problema dinámico directo implica la resolución de un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales ordinarias que deben ser integradas numéricamente.



Dinámica de cuerpo flexible

Dinámica inversa y directa de sistemas multicuerpos flexibles:

En los casos anteriores se ha asumido que los elementos de los sistemas multicuerpo eran rígidos. Esta hipótesis es válida si la deformación de los elementos es muy pequeña en comparación con los desplazamientos. Sin embargo, en algunas ocasiones no puede despreciarse y debe considerarse los elementos como flexibles. En este caso, la complejidad y el tamaño del problema crece considerablemente ya que deben considerarse todas las variables que intervienen en la deformación.



Percusiones e impactos

Percusiones: Una percusión es una fuerza aplicada con un elevado valor durante un periodo de tiempo muy pequeño. En las percusiones el valor de la fuerza aplicada es conocido.

Impactos: El impacto implica la colisión entre dos cuerpos. En este caso también aparece una fuerza elevada durante un periodo muy corto de tiempo, pero esta fuerza es completamente desconocida *a priori*.

Capítulo I: Tema 2

I.2. Definición de mecanismo, elemento y par.

1. Definición de mecanismo.
 1. Elementos.
 2. Par cinemático.
2. Clasificación de elementos y pares cinemáticos.
 1. Clasificación de los elementos.
 2. Clasificación de los pares cinemáticos.

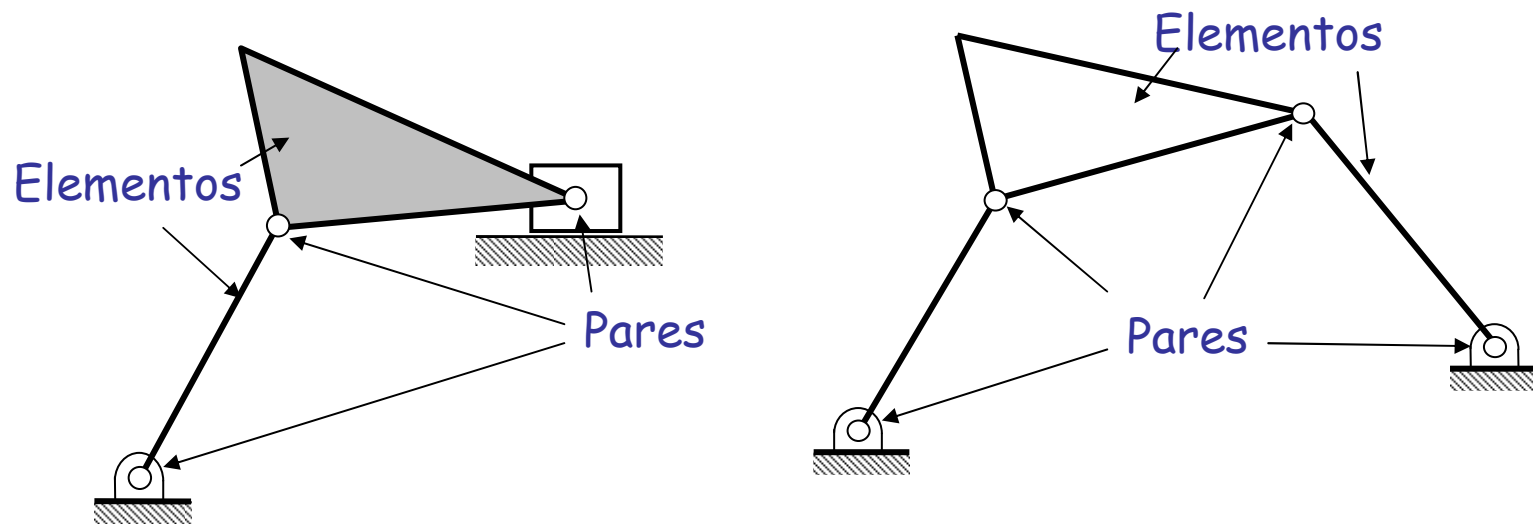
Definición de mecanismo

Mecanismo: es un conjunto de elementos mecánicos, uno de los cuales es fijo, en contacto con otros de forma que pueden tener movimiento relativo entre ellos, y este movimiento tiene una forma determinada (no caótico ni aleatorio).

Como consecuencia el movimiento de un mecanismo está restringido, y se puede estudiar independientemente de las fuerzas que lo producen.

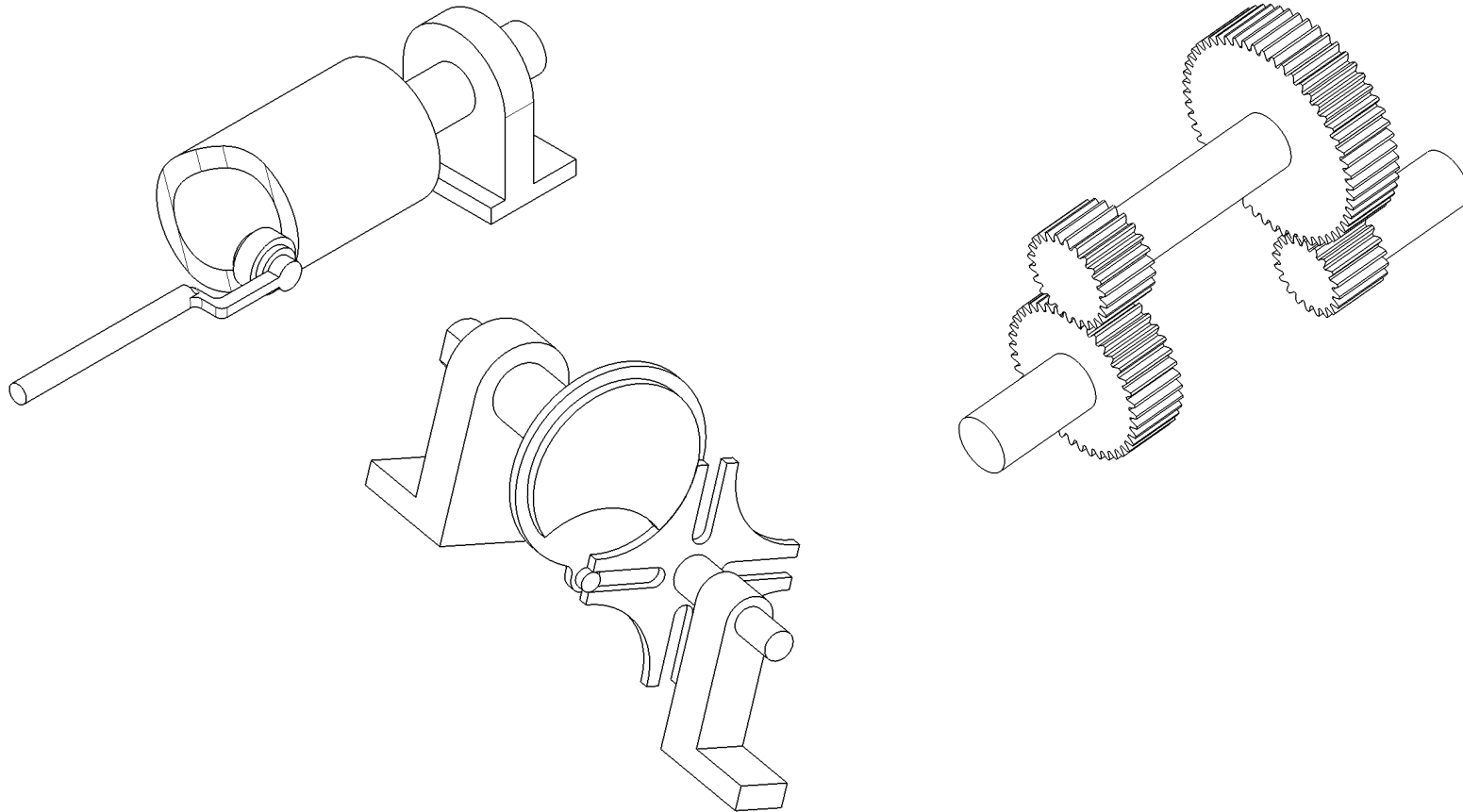
Definición de mecanismo

Un mecanismo: Se define como un **sistema multicuerpo** formado por la unión de dos o más cuerpos rígidos (también llamados **elementos**) unidos a través de unas uniones imperfectas llamada **pares cinemáticos** o simplemente pares.



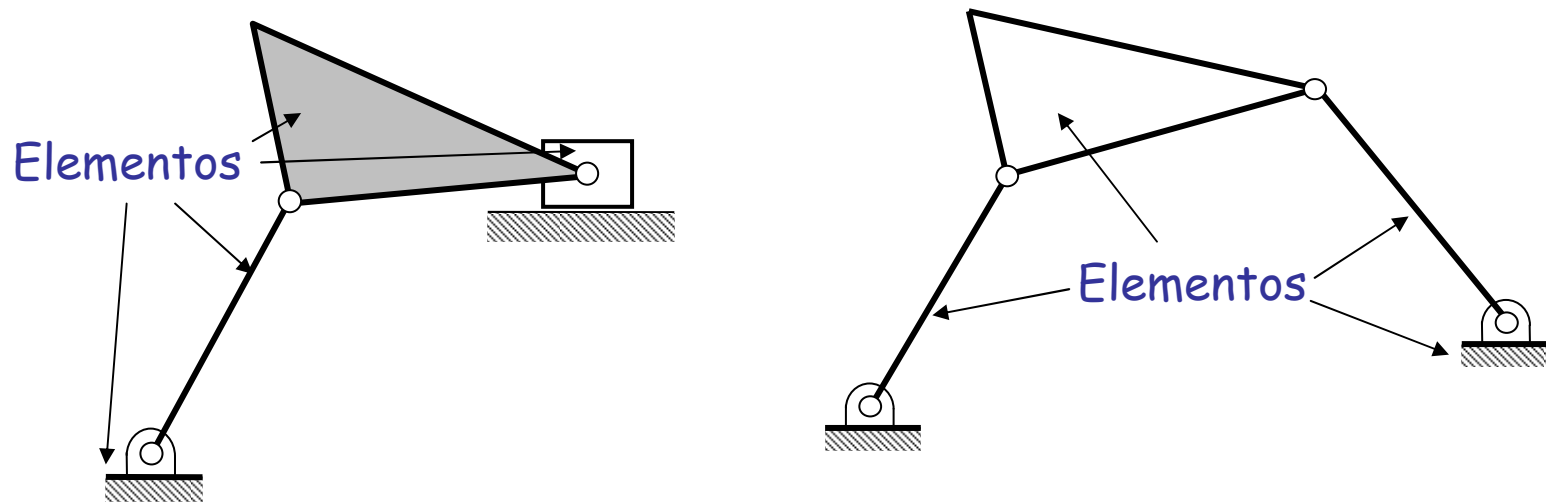
Definición de mecanismo

Ejemplos de mecanismos

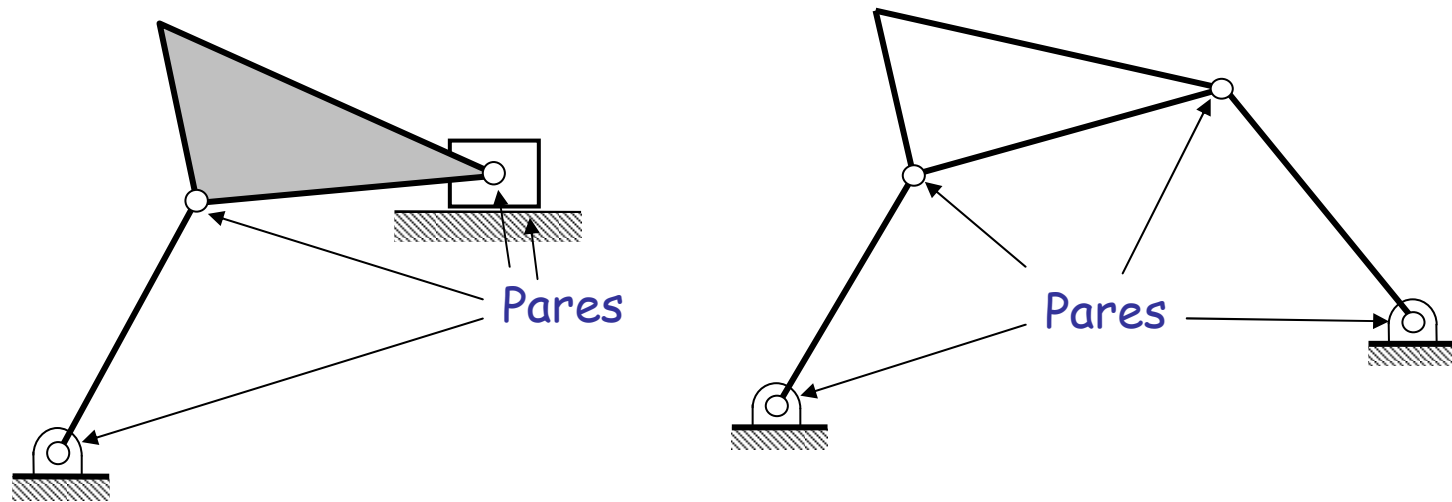


Elementos

Elemento (o barra): Cada una de las partes en que puede descomponerse el sistema mecánico de forma que tenga movimiento relativo respecto de las demás partes y en relación a las cuales existe una discontinuidad de tipo físico.

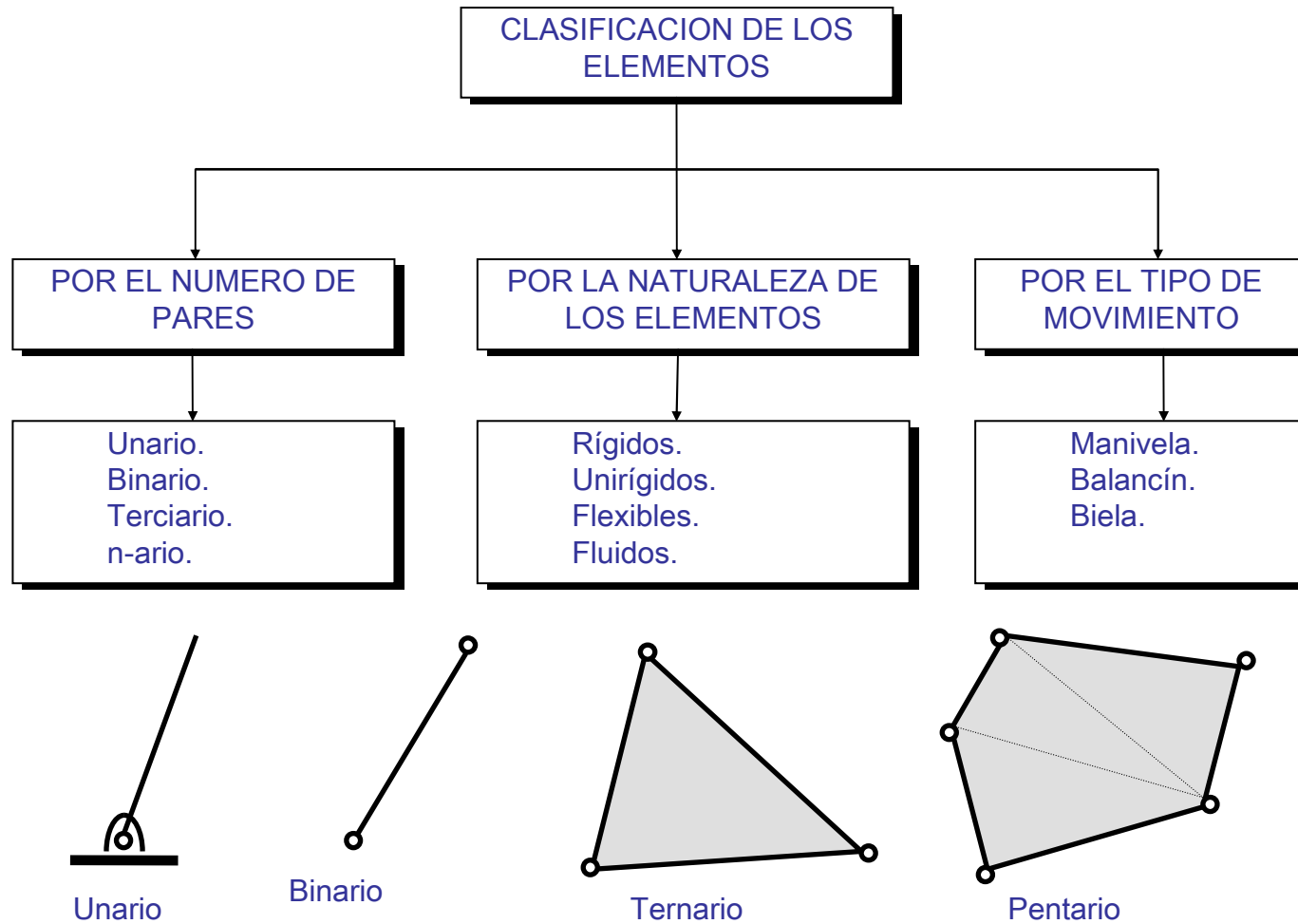


Par cinemático



Par Cinemático: o simplemente par, se define así a la unión imperfecta existente entre dos elementos. Una unión imperfecta es aquella que permite el movimiento en algún grado de libertad.

Clasificación de los elementos



Clasificación de los elementos

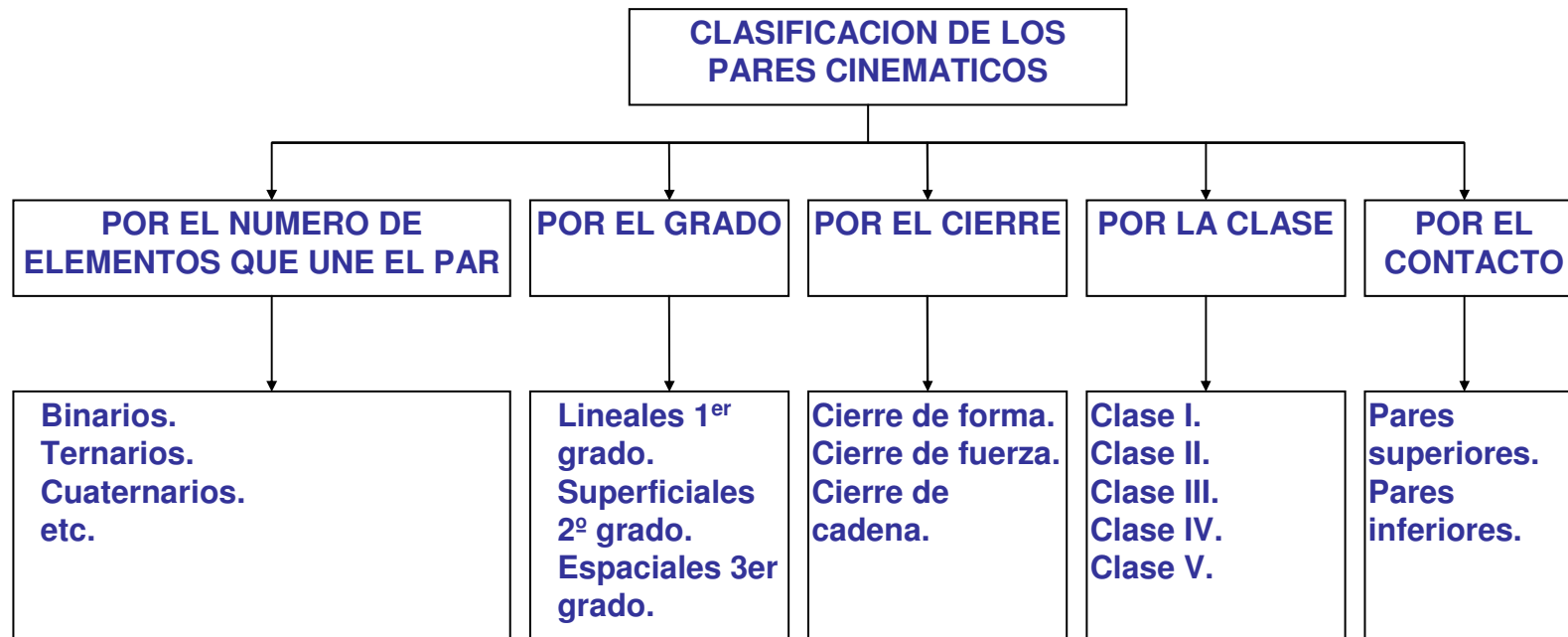
Por la naturaleza:

- Elementos rígidos: Elementos formados por sólidos rígidos o bien por la unión de varios sólidos rígidos sin movimiento relativo entre si.
- Elementos unirígidos: elementos que son rígidos cuando los esfuerzos son aplicados en una dirección (cables, correas, cadenas, etc.).
- Elementos flexibles: aquellos cuyas deformaciones son comparables a las de sus propios movimientos. Son elementos continuos o formados por varios elementos continuos deformables (p.e. muelles).

Por el tipo de movimiento:

- Manivelas: elementos que giran completamente alrededor de un eje fijo.
- Balancines: si oscilan alrededor de un eje fijo.
- Barras flotantes: giran alrededor de un eje instantaneo de rotación.

Clasificación de los pares cin.



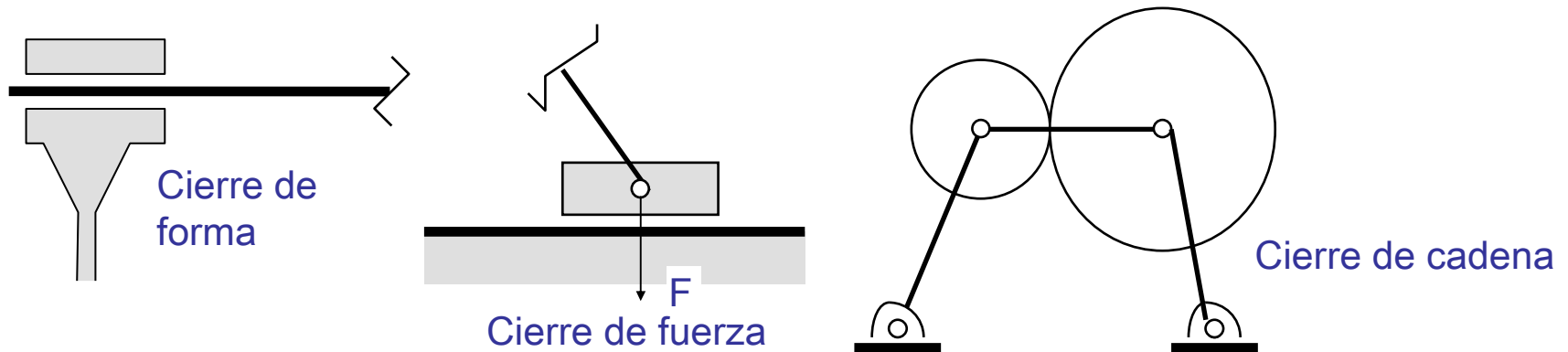
Clasificación por el grado:

- 1er grado o lineales: El lugar geométrico de las posibles posiciones relativas de un punto de un elemento respecto al otro elemento es una línea.
- 2º grado o superficiales: el lugar geométrico es una superficie.
- 3er grado o espaciales: si dicho lugar geométrico es una región del espacio. es la disposición de los elementos lo que garantiza el contacto.

Clasificación de los pares cin.

Clasificación por el cierre:

- Cierre de forma: cuando la superficie de contacto garantiza la unión de los elementos.
- Cierre de fuerza: cuando el contacto entre elementos se garantiza mediante una fuerza.
- Cierre de cadena: cuando es la disposición de los elementos lo que garantiza el contacto.



Clasificación de los pares cin.

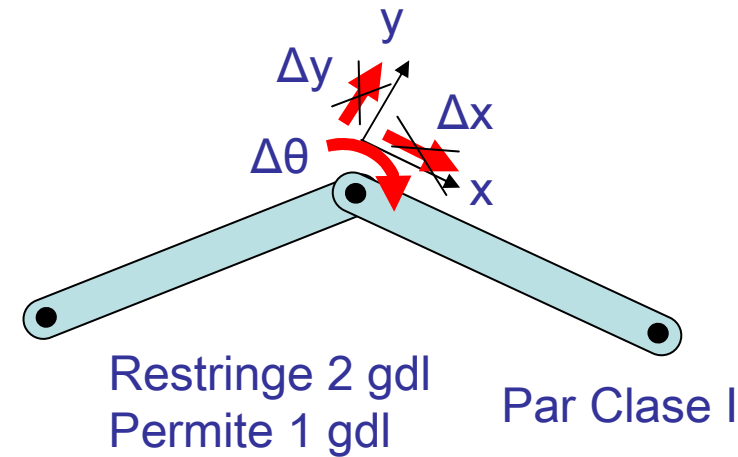
Clasificación por la clase:


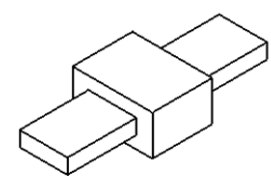
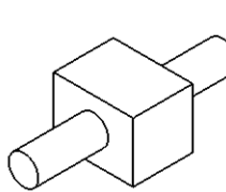
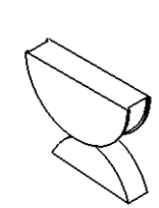
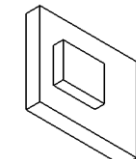
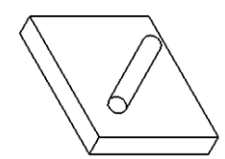
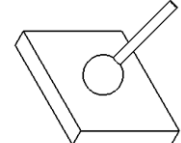
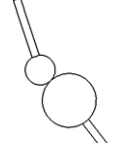
Un par cinemático permite el movimiento en ciertos grados de libertad y restringe el movimiento en otros.

Par Clase I: Permite el movimiento en 1 grado de libertad.

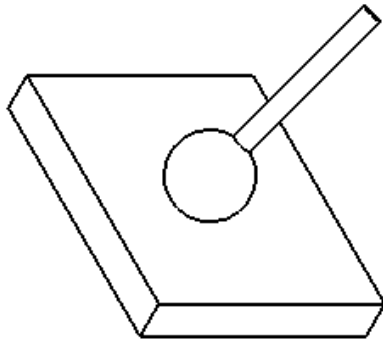
Par Clase II: Permite el movimiento en 2 grados de libertad.

Etc.

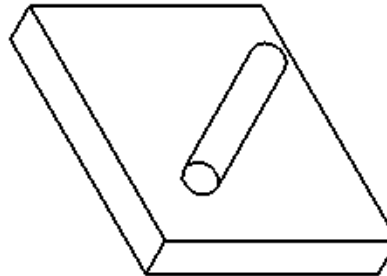


			
Par de Revolución (R) Clase I	Par Prismático (P) Clase I	Par Cilíndrico (C) Clase II	Par Leva (L) Clase II
			
Par Plano (P1) Clase III	Par Plano Cilíndrico (Pc) Clase IV	Par Plano Esférico (Pe) Clase V	Par Esfera (EE) Clase V

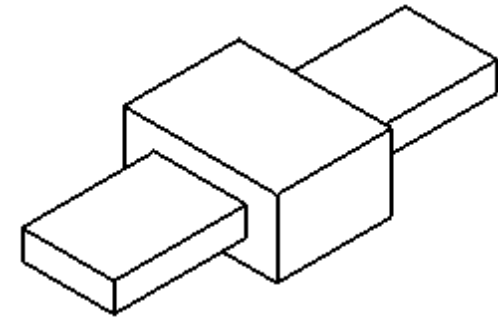
Clasificación de los pares cin.



Contacto puntual



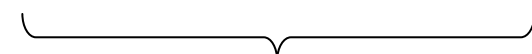
Contacto lineal



Contacto superficial



Pares superiores



Pares inferiores

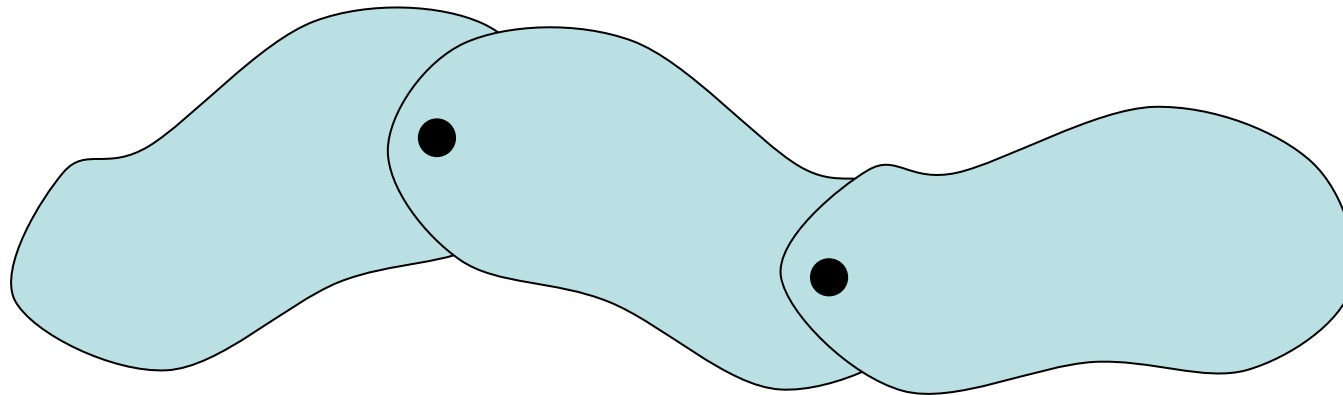
Capítulo I: Tema 2

2.3. Cadenas cinemáticas.

1. Definición de cadena cinemática.
2. Configuración cinemática o estructural
3. Movilidad.

Definición de cadena cinemática

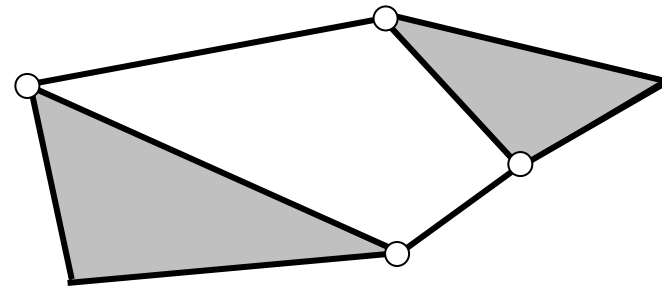
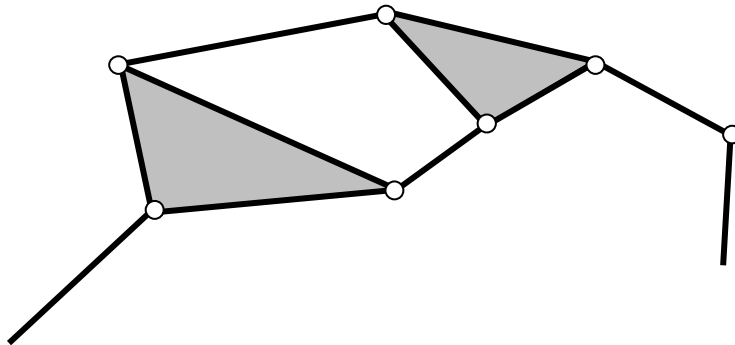
Cadena cinemática: Conjunto de elementos unidos entre sí por pares cinemáticos de modo que sea posible el movimiento relativo entre ellos.



Definición de cadena cinemática

Tipos:

- **Cadena cinemática abierta:** cuando algún elemento se une al conjunto mediante un único par cinemático.
- **Cadena cinemática cerrada:** cuando todos los elementos se unen al conjunto por más de un par cinemático.



Configuración cinemática o estructural

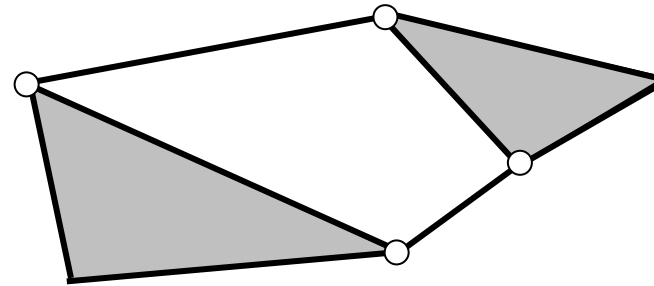
Se denomina **configuración cinemática o estructural** de una cadena al número de pares y elementos que la forman. Se representa como: $(n_2, p_2, n_3, p_3, \dots)$, donde:

n_2 : nº de elementos binarios.

p_2 : nº de pares binarios.

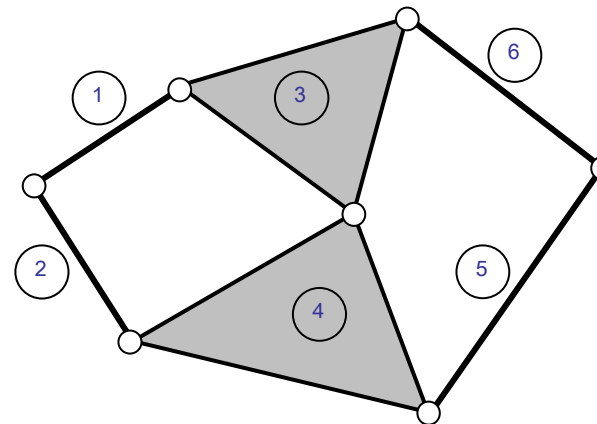
n_3 : nº de elementos ternarios.

p_3 : nº de pares ternarios.



Conf. Estructural: (4,4)

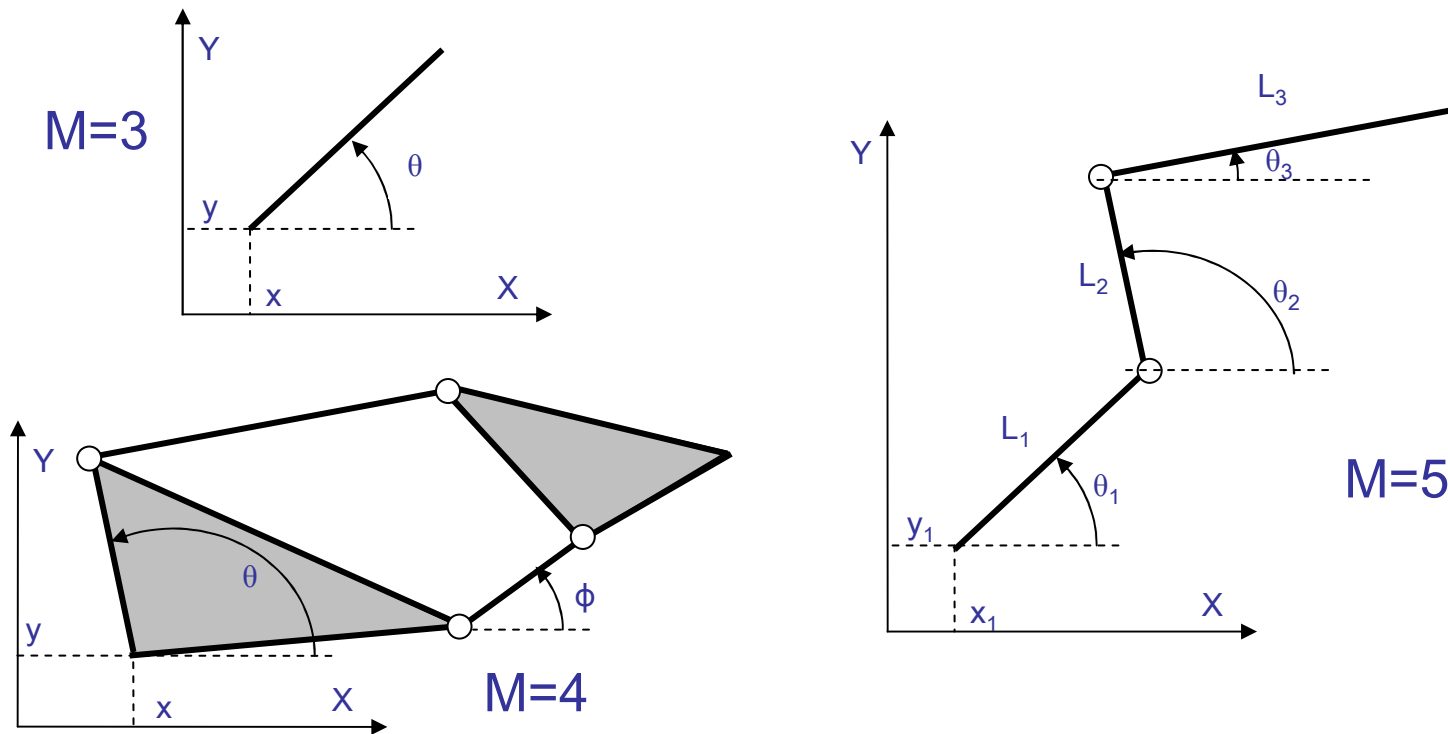
Cadenas isomorfas: son aquellas cadenas cinemáticas que tienen la misma configuración estructural.



Conf. Estructural: (4,7,2,0)

Movilidad

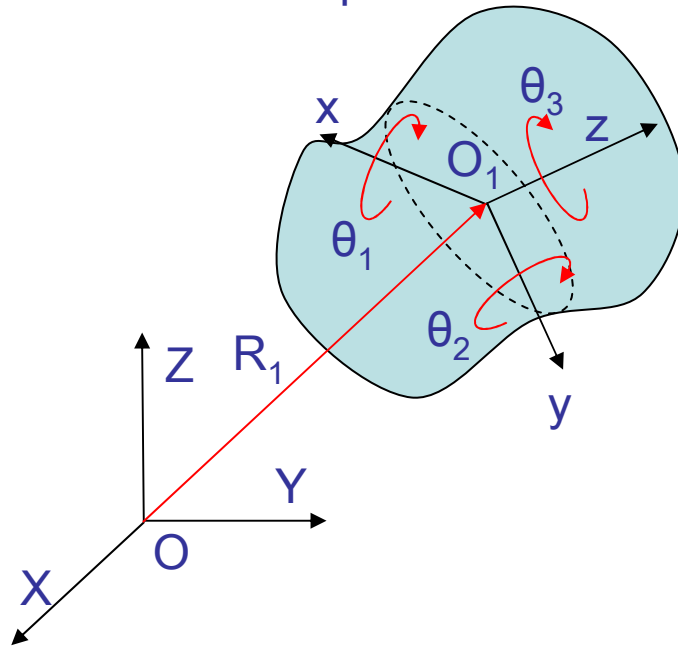
Movilidad (M): número de parámetros que es necesario conocer para que quede perfectamente definida la posición de la cadena cinemática.



Movilidad

Movimiento sin restricciones

Espacio

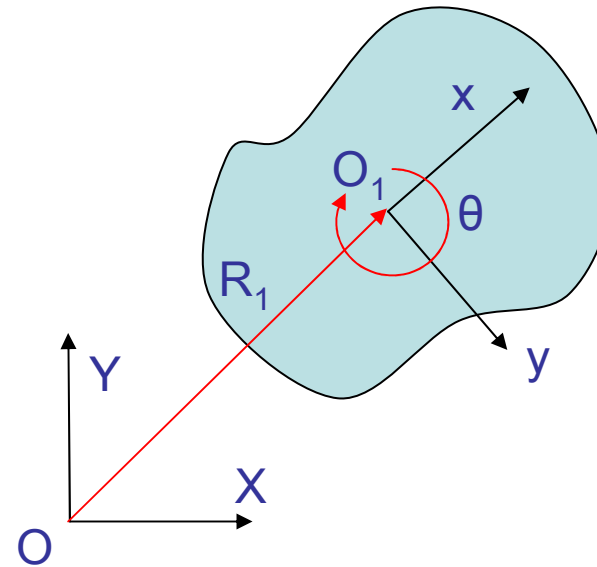


$$\mathbf{R}^T = [x \ y \ z]$$

$$\boldsymbol{\theta}^T = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]$$

$$M = 6$$

Plano

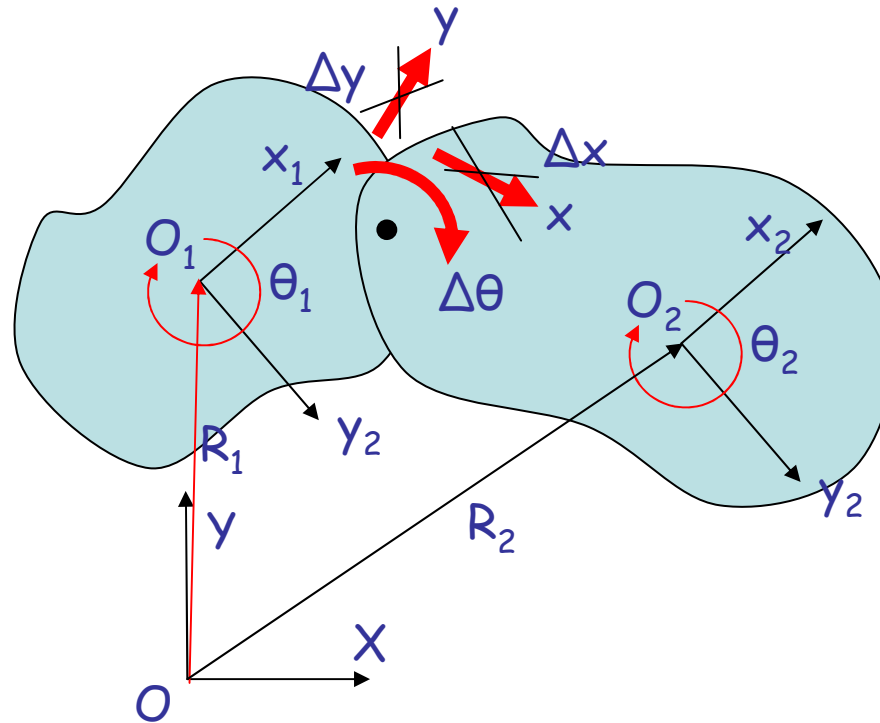


$$\mathbf{R}^T = [x \ y]$$

$$\boldsymbol{\theta}^T = [\theta]$$

$$M = 3$$

Movilidad



$$M = 3 (\text{sólido 1}) + 3 (\text{sólido 2}) - 1 (\Delta x) - 1 (\Delta y) = 4$$

Movilidad en el movimiento plano

$$M = 3N - 2P_I - P_{II}$$

N: número de elementos.

P_I : nº de pares clase I.

P_{II} : nº de pares clase II

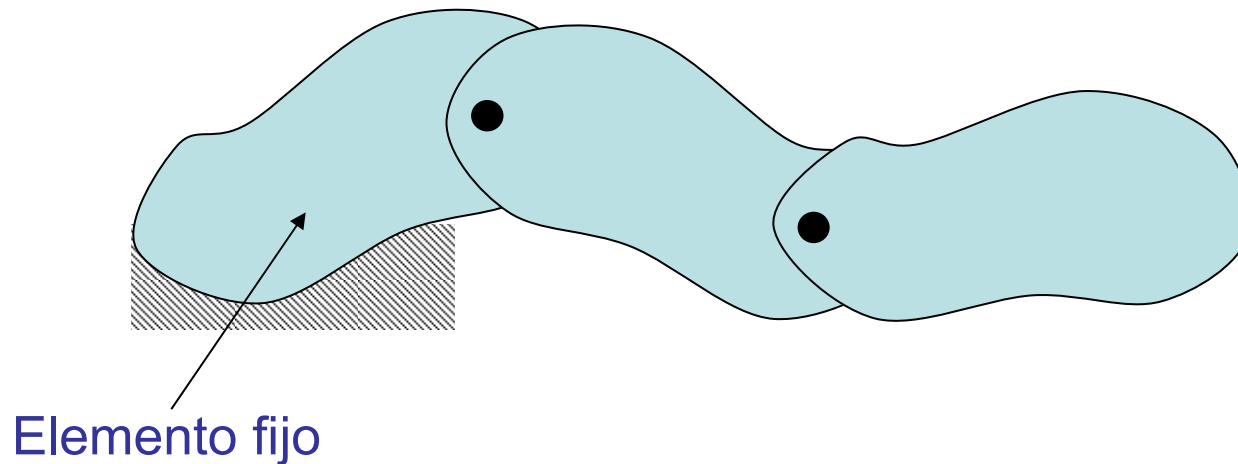
Capítulo I: Tema 2

2.4. Mecanismos.

1. Definición de mecanismo.
2. Inversiones.

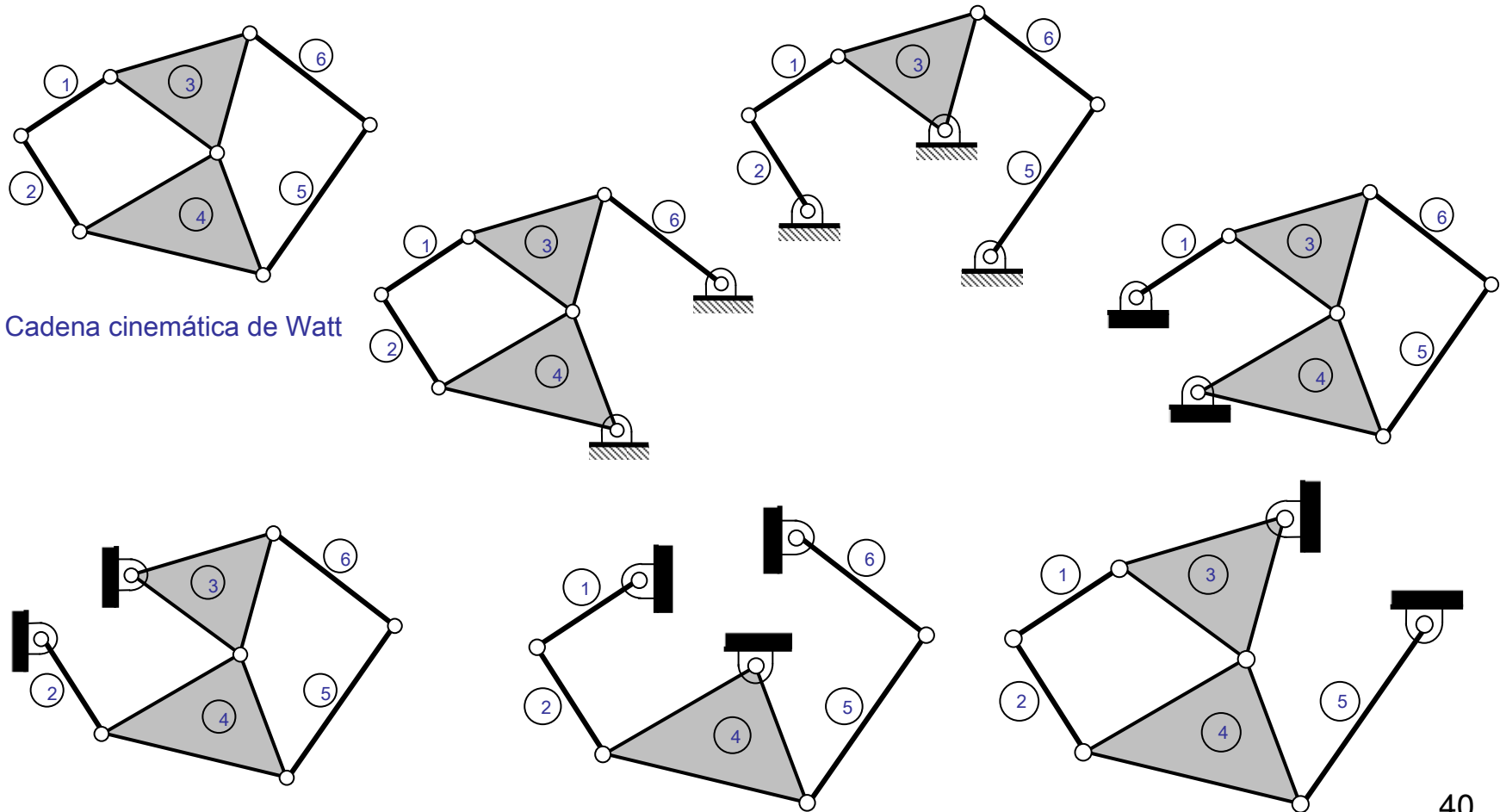
Definición de mecanismo

Mecanismo es una cadena cinemática en la que se ha fijado uno de sus elementos. A este elemento fijo se le denomina: SOPORTE, BASTIDOR o BANCADA.

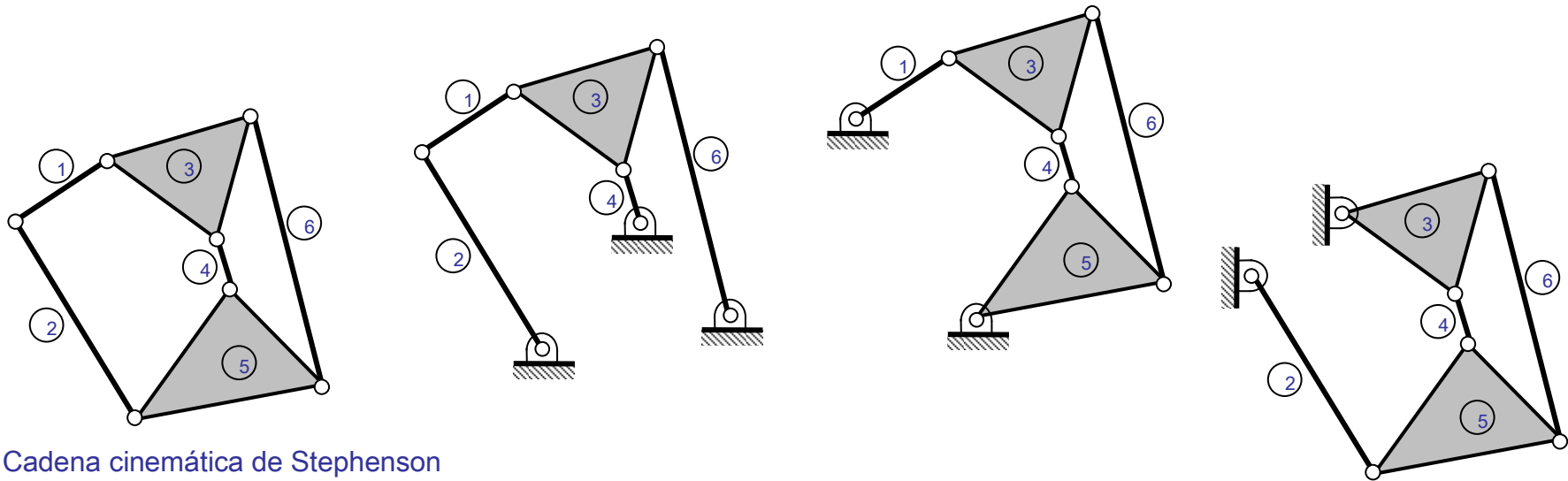


Inversiones

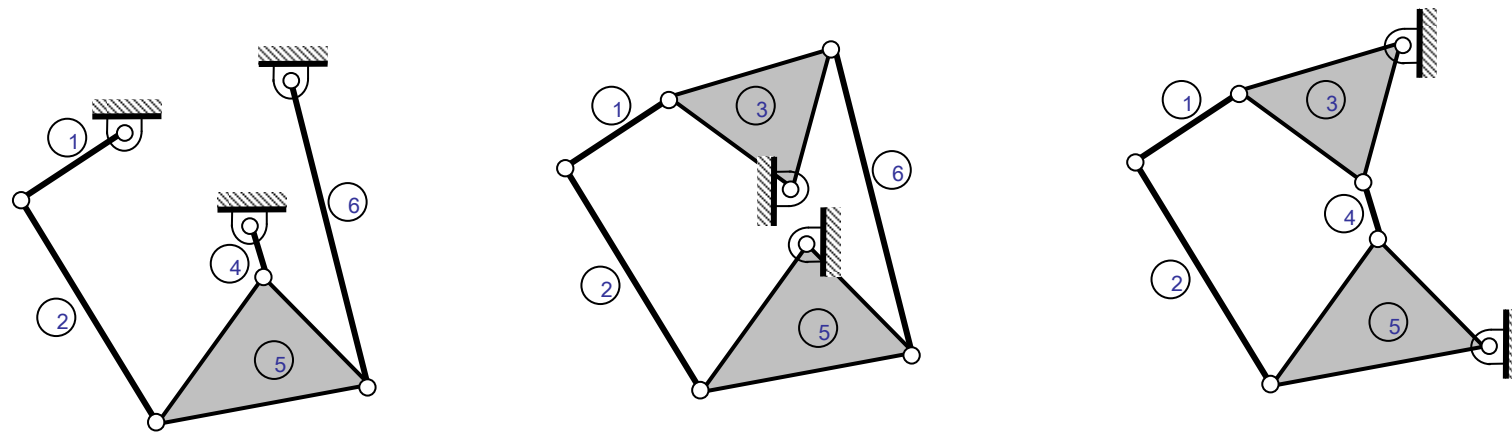
Inversiones: son las diferentes mecanismos que pueden obtenerse fijando una de las barras de la cadena cinemática.



Inversiones



Cadena cinemática de Stephenson



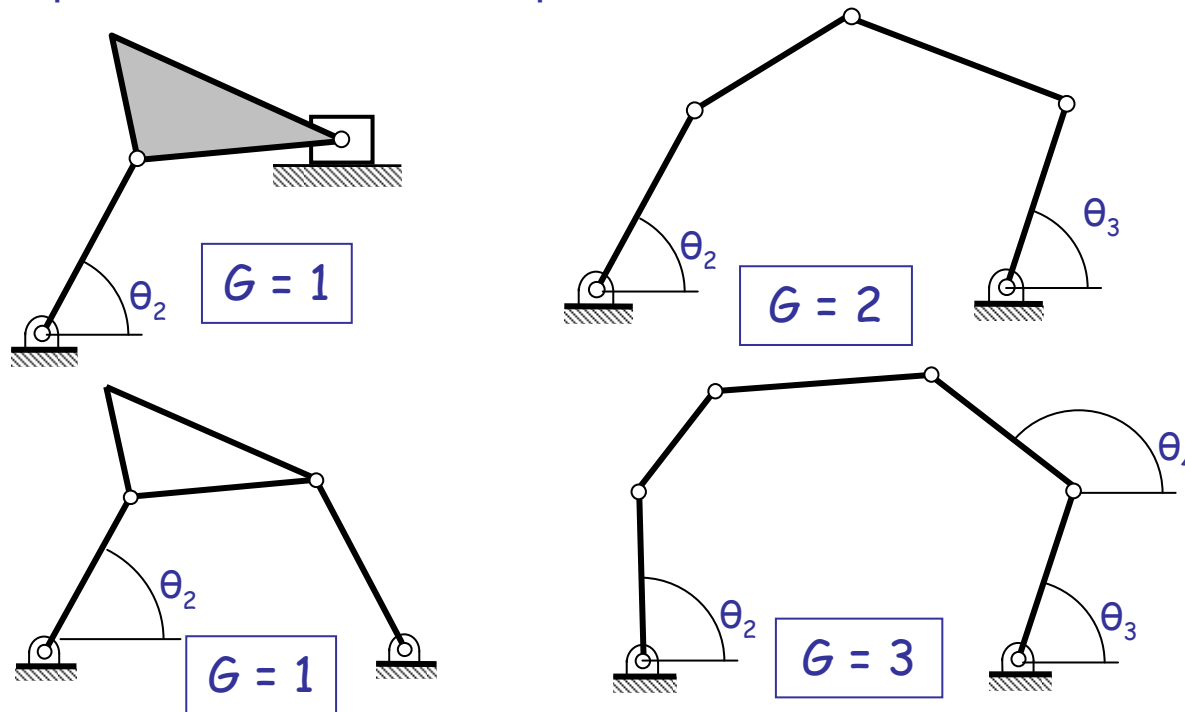
Capítulo I: Tema 2

2.4. Grados de libertad.

1. Definición de grados de libertad.
2. Criterio de Grübler.
3. Otros criterios.

Definición de grados de libertad (gdl ó G)

Se define **grados de libertad (G)** como el número de parámetros mínimo para que quede completamente definida la posición de un mecanismo.



El número de grados de libertad define el número el número de **elementos de entrada**. Es decir, el número de motores y/o actuadores que deben colocarse en el mecanismo para proporcionar movimiento.

Criterio de Grübler

El criterio de Grübler sirve para la determinación del número de grados de libertad de un mecanismo. El criterio para el caso de mecanismos planos es el siguiente:

$$G = 3(N-1) - 2 P_I - P_{II}$$

N: número de elementos.

P_I : nº de pares clase I.

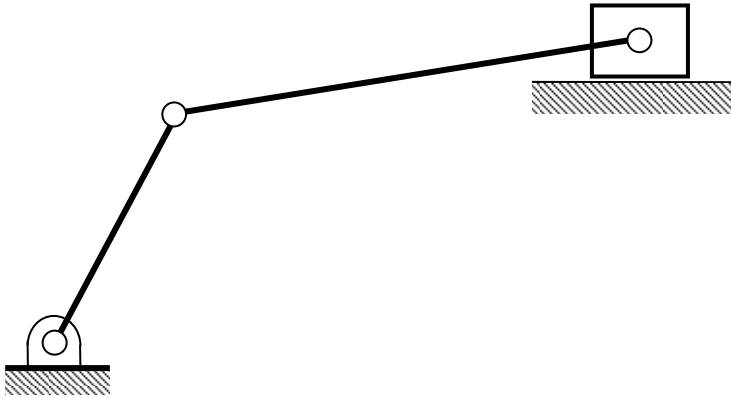
P_{II} : nº de pares clase II.

Los pares Clase I permiten el movimiento en 1 gdl y lo restringen en 2 gdl.

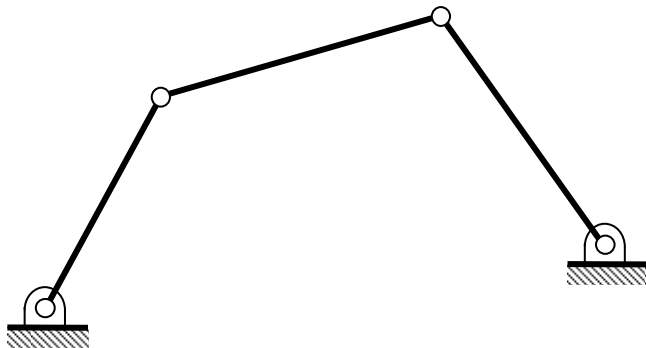
Los pares Clase II restringen el movimiento en 1 gdl.

Criterio de Grübler

Ejemplos



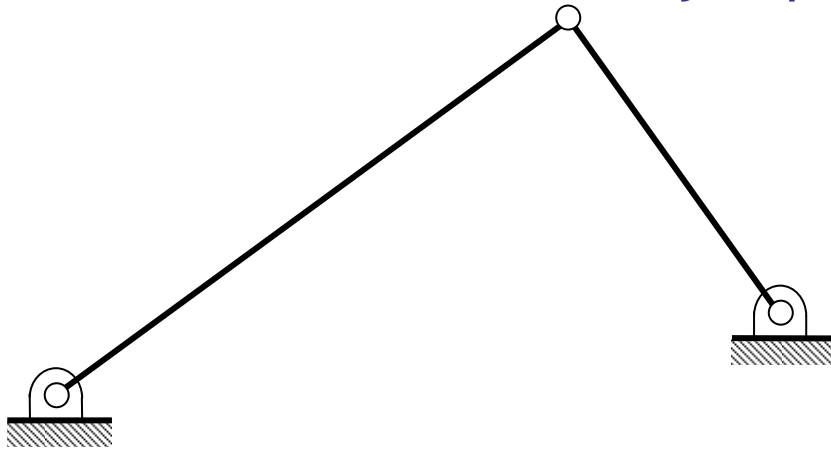
$$\left. \begin{array}{l} N: 4 \\ P_I: 4 \\ P_{II}: 0 \end{array} \right\} G = 3(4-1) - 2 \cdot 4 - 0 = 1 \text{ gdl}$$



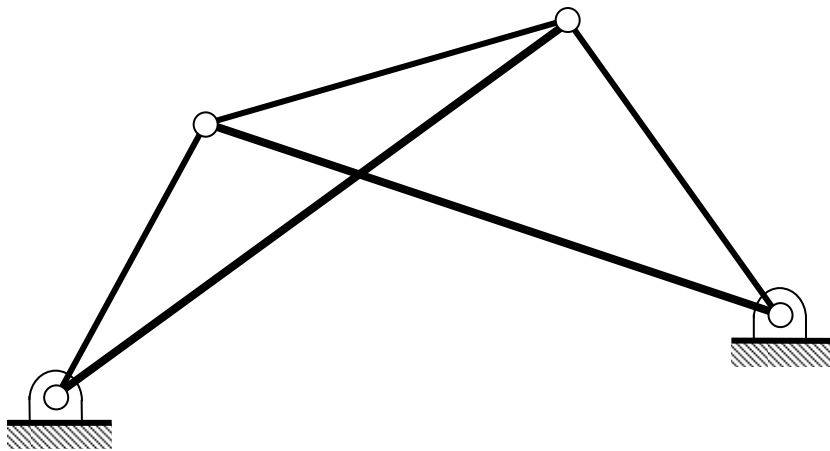
$$\left. \begin{array}{l} N: 4 \\ P_I: 4 \\ P_{II}: 0 \end{array} \right\} G = 3(4-1) - 2 \cdot 4 - 0 = 1 \text{ gdl}$$

Criterio de Grübler

Ejemplos



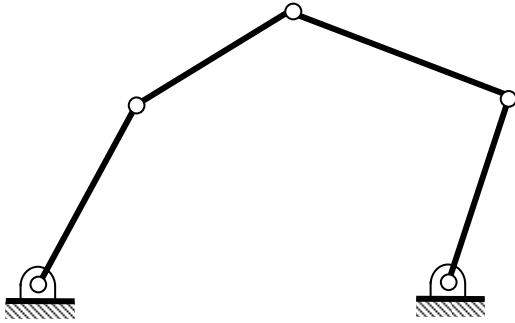
$$\left. \begin{array}{l} N: 3 \\ P_I: 3 \\ P_{II}: 0 \end{array} \right\} G = 3(3-1) - 2 \cdot 3 - 0 = 0 \text{ gdl}$$



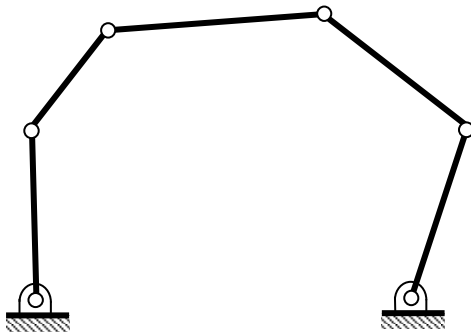
$$\left. \begin{array}{l} N: 6 \\ P_I: 8 \\ P_{II}: 0 \end{array} \right\} G = 3(6-1) - 2 \cdot 8 - 0 = -1 \text{ gdl}$$

Criterio de Grübler

Ejemplos



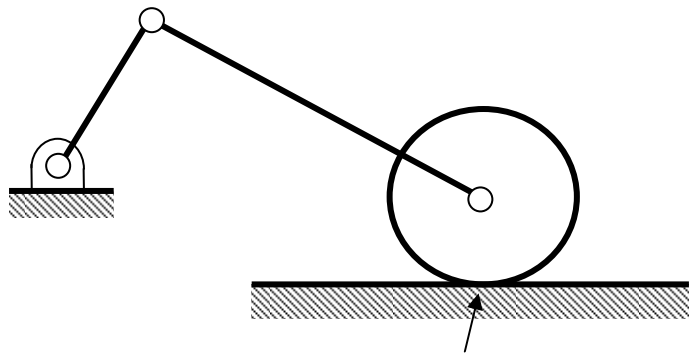
$$\left. \begin{array}{l} N: 5 \\ P_i: 5 \\ P_{II}: 0 \end{array} \right\} G = 3(5-1) - 2 \cdot 5 - 0 = 2 \text{ gdl}$$



$$\left. \begin{array}{l} N: 6 \\ P_i: 6 \\ P_{II}: 0 \end{array} \right\} G = 3(6-1) - 2 \cdot 6 - 0 = 3 \text{ gdl}$$

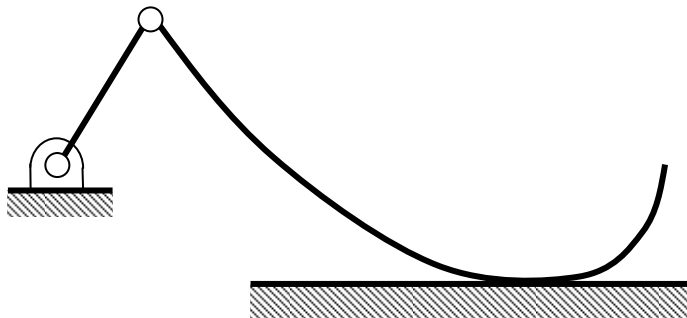
Criterio de Grübler

Ejemplos



Rodadura + deslizamiento

$$\left. \begin{array}{l} N: 4 \\ P_I: 3 \\ P_{II}: 1 \end{array} \right\} G = 3(4-1) - 2 \cdot 3 - 1 = 2 \text{ gdl}$$



$$\left. \begin{array}{l} N: 3 \\ P_I: 2 \\ P_{II}: 1 \end{array} \right\} G = 3(3-1) - 2 \cdot 2 - 1 = 1 \text{ gdl}$$

Criterio de Grübler

Clasificación

Se puede establecer la siguiente clasificación:

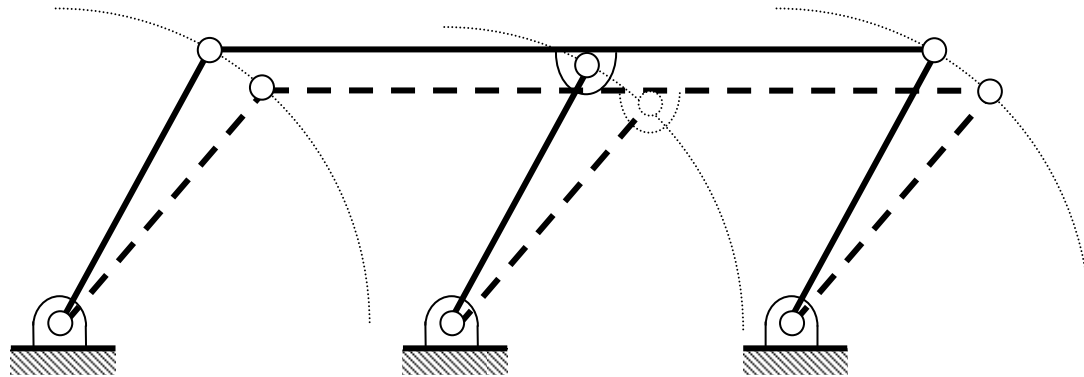
- $G < 0$; Estructura hiperestática.
 - $G = 0$; Estructura isostática.
 - $G = 1$; Mecanismo desmodrómico: dada la posición de un elemento se conoce la posición de todos los demás elementos.
 - $G = 2$; Mecanismo diferencial.
 - $G > 2$; Mecanismo con n grados de libertad.
- }

Estructuras
- }

Mecanismos

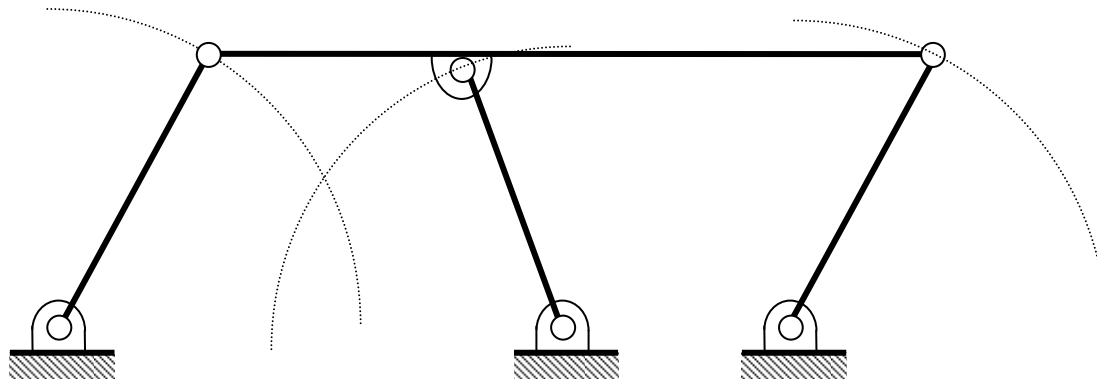
Criterio de Grübler

Incongruencias



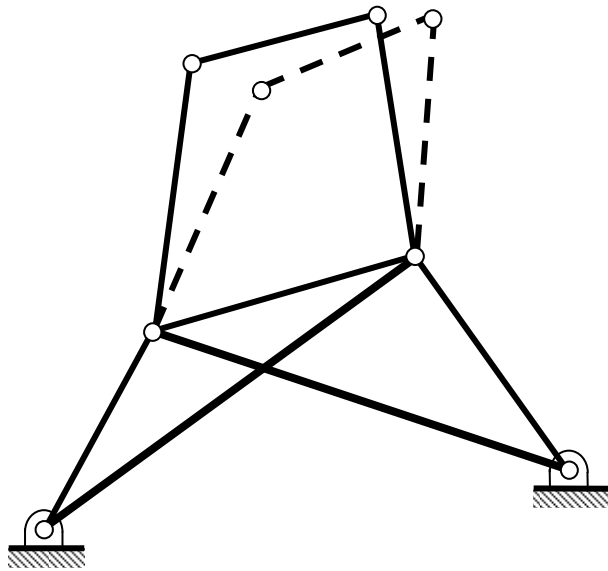
$$\left. \begin{array}{l} N: 5 \\ P_I: 6 \\ P_{II}: 0 \end{array} \right\}$$

$$G = 3(5-1) - 6 \cdot 2 - 0 = 0 \text{ gdl}$$



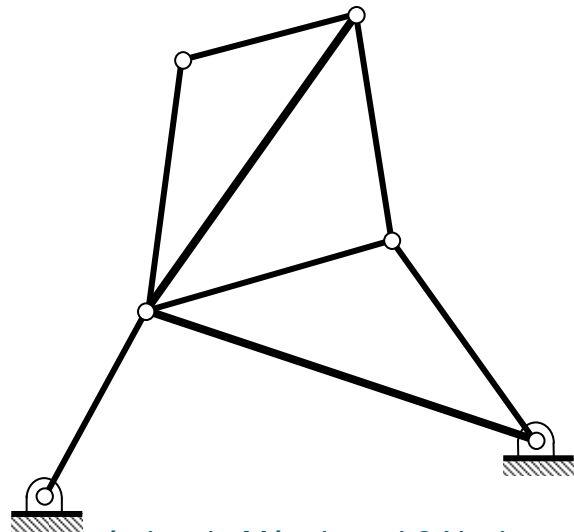
Criterio de Grübler

Incongruencias



$$\left. \begin{array}{l} N: 9 \\ P_i: 12 \\ P_{II}: 0 \end{array} \right\}$$

$$G = 3(9-1) - 6 \cdot 12 - 0 = 0 \text{ gdl}$$



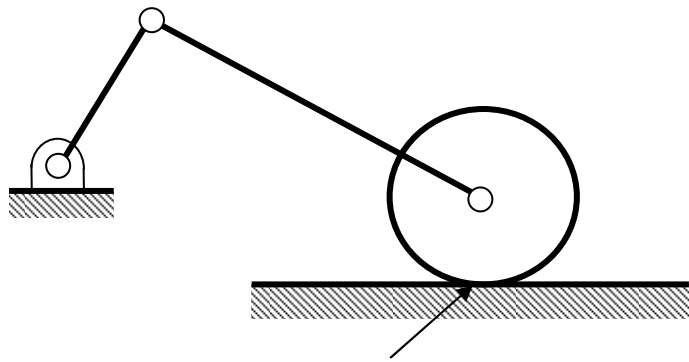
$$\left. \begin{array}{l} N: 9 \\ P_i: 12 \\ P_{II}: 0 \end{array} \right\}$$

$$G = 3(9-1) - 6 \cdot 12 - 0 = 0 \text{ gdl}$$

Estructura isostática

Criterio de Grübler

Incongruencias



¿Rodadura pura? o
¿Rodadura + deslizamiento?

Rodadura pura = 1 gdl
Rodadura + deslizamiento = 2gdl

$$\left. \begin{array}{l} N: 4 \\ P_I: 3 \\ P_{II}: 1 \end{array} \right\} G = 3(4-1) - 2 \cdot 3 - 1 = 2 \text{ gdl}$$

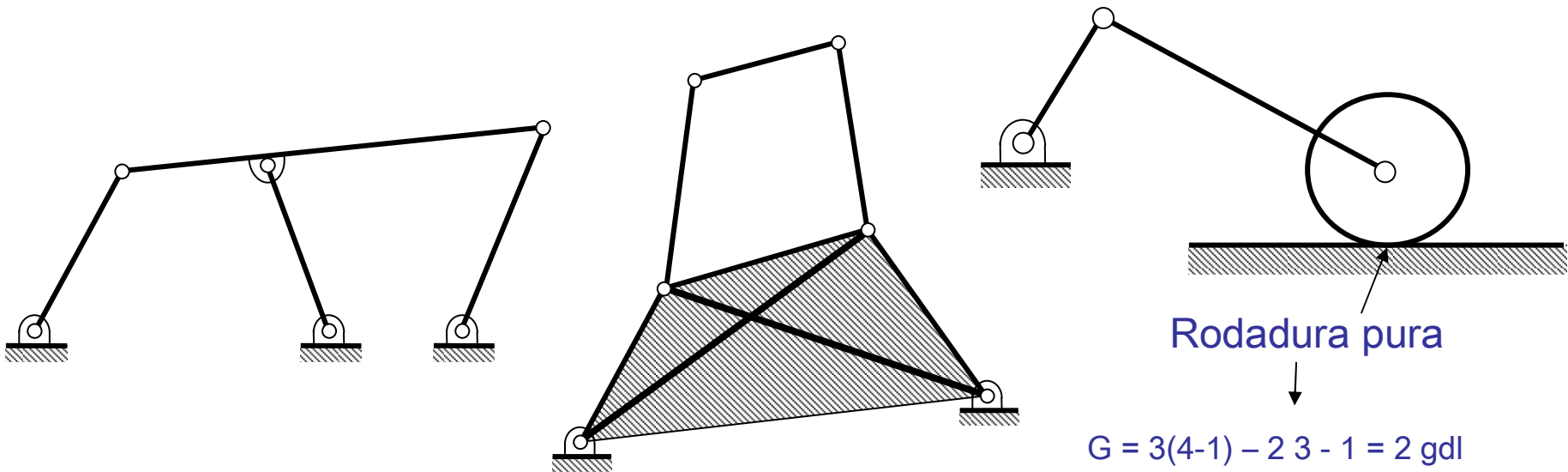
Rodadura + deslizamiento

Criterio de Grübler

Incongruencias

Soluciones:

- Las barras del mecanismo no deben tener unas dimensiones exactas.
- Identificar partes que son sólidos rígidos.
- En rodadura pura eliminar 1 gdl.



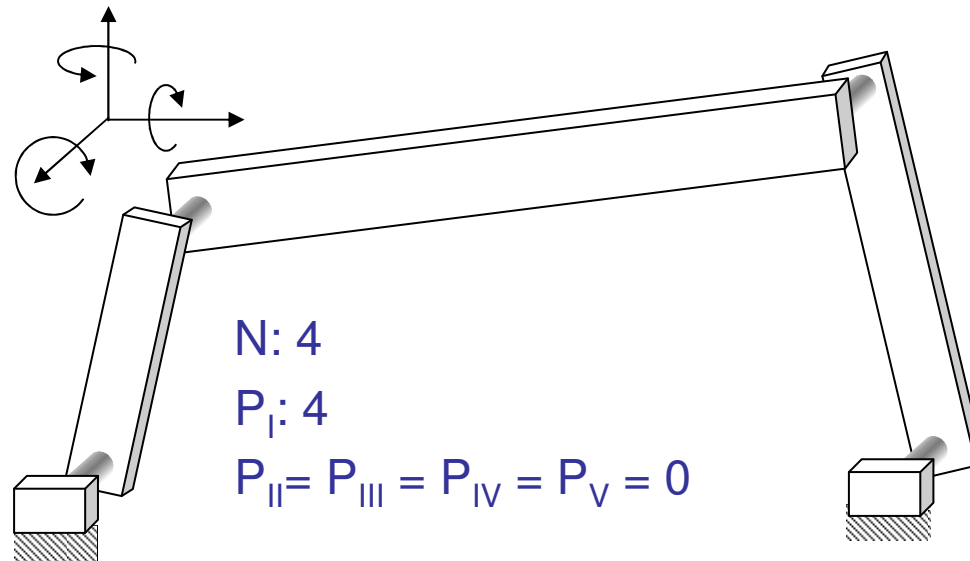
$$G = 3(4-1) - 2 \cdot 3 - 1 = 2 \text{ gdl}$$

$$G = 2 - 1 = 1 \text{ gdl}$$

Criterio de Grübler

Mecanismos espaciales

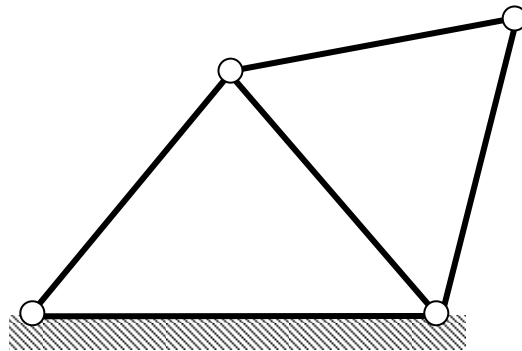
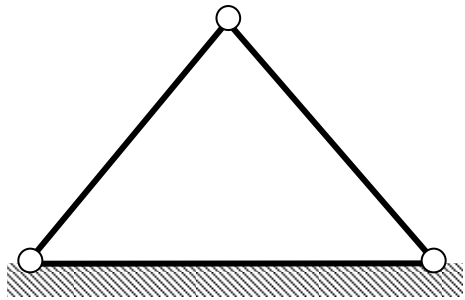
$$G = 6(N-1) - 5 P_I - 4 P_{II} - 3 P_{III} - 2 P_{IV} - P_V$$



$$G = 6(4-1) - 5 \cdot 4 - 4 \cdot 0 - 3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 - 0 = -2$$

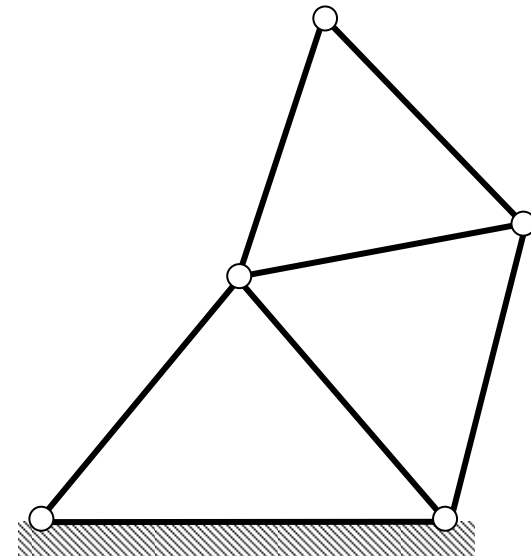
Otros criterios

Procedimientos de teoría de estructuras:



$$N = 5$$

$$P = 4$$



$$N = 7$$

$$P = 5$$

En estructuras isostáticas se cumple que el número elementos menos los 3 primeros es igual al doble del número de nudos menos los 3 primeros.

$$\rightarrow N - 3 = 2(P - 3)$$

$$N + 3 = 2P$$

$$G = 2P - (N + 3)$$

N: elementos
P: nudos.