



# Capítulo V

## V.1 Introducción a las levas

# Capítulo V

## Levas

### V.I Introducción a las levas.

1. Introducción.
2. Clasificación de las levas.
3. Ventajas de las levas.
4. Nomenclatura de las levas.
5. Ángulo de presión.
6. Diagramas de desplazamiento.
7. Ley fundamental de las levas.
8. Tipos de diagramas de desplazamiento.

### V.II Síntesis gráfica y diseño de levas.

# Capítulo V: Tema 1

## Introducción a las levas

1. Introducción.
2. Clasificación de las levas.
  1. Tipo de seguidor.
  2. Tipo de cerramiento.
  3. Tipo de cadena cinemática.
3. Ventajas de las levas.
4. Nomenclatura de las levas.
5. Ángulo de presión.
6. Diagramas de desplazamiento.
  1. Diagramas SVAJ.
7. Ley fundamental de las levas.
8. Tipos de diagramas de desplazamiento.
  1. Movimiento armónico simple.
  2. Movimiento cicloidal.
  3. Funciones polinomios.

# Capítulo V: Tema 1

## Introducción a las levas

### 1. Introducción.

# Introducción

Las levas son elementos mecánicos empleados para convertir movimiento rotatorio en movimiento oscilatorio (casi siempre) o movimiento oscilatorio en rotatorio (rara vez).

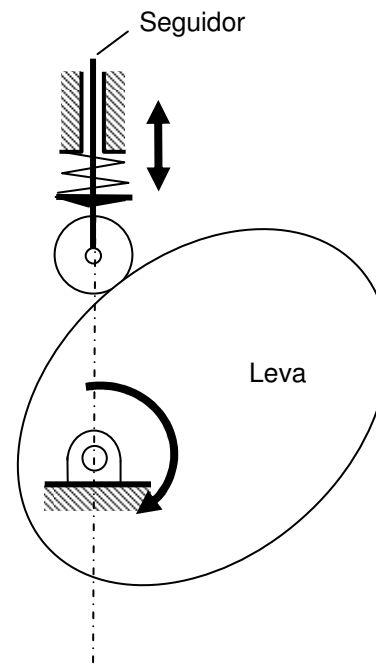
Se emplean en mecanismos con movimiento muy rápido (p. ej. Motores de combustión interna, maquinaria textil, máquina herramienta, etc.).

Los objetivos de este capítulo son:

- Aprender los conceptos básicos y la terminología de las levas.
- Aprender a diseñar levas cinemáticamente.

# Introducción

El mecanismo/sistema leva-seguidor consta de un elemento de perfil irregular (leva) que suele emplearse como elemento de entrada y da movimiento a un elemento de salida (seguidor), que rueda y desliza sobre el conductor.



# Introducción

- El conjunto leva-seguidor es un mecanismo empleado para generar un tipo específico de movimiento. Es un mecanismo importante, ya que puede conseguir casi cualquier tipo de movimiento.
- 1. La leva es en la mayoría de los casos una pieza plana de metal que tiene una forma determinada en su superficie para generar un tipo definido de movimiento.
- 2. Las levas suelen estar conectadas a un eje, que proporciona movimiento de rotación a la leva mediante la aplicación de un par.
- 3. Mientras la leva rota el seguidor se desplaza con un movimiento particular dependiendo del perfil de la leva.
- 4. El movimiento del seguidor es transmitido a otro mecanismo o a otra parte del mecanismo para realizar la función final.

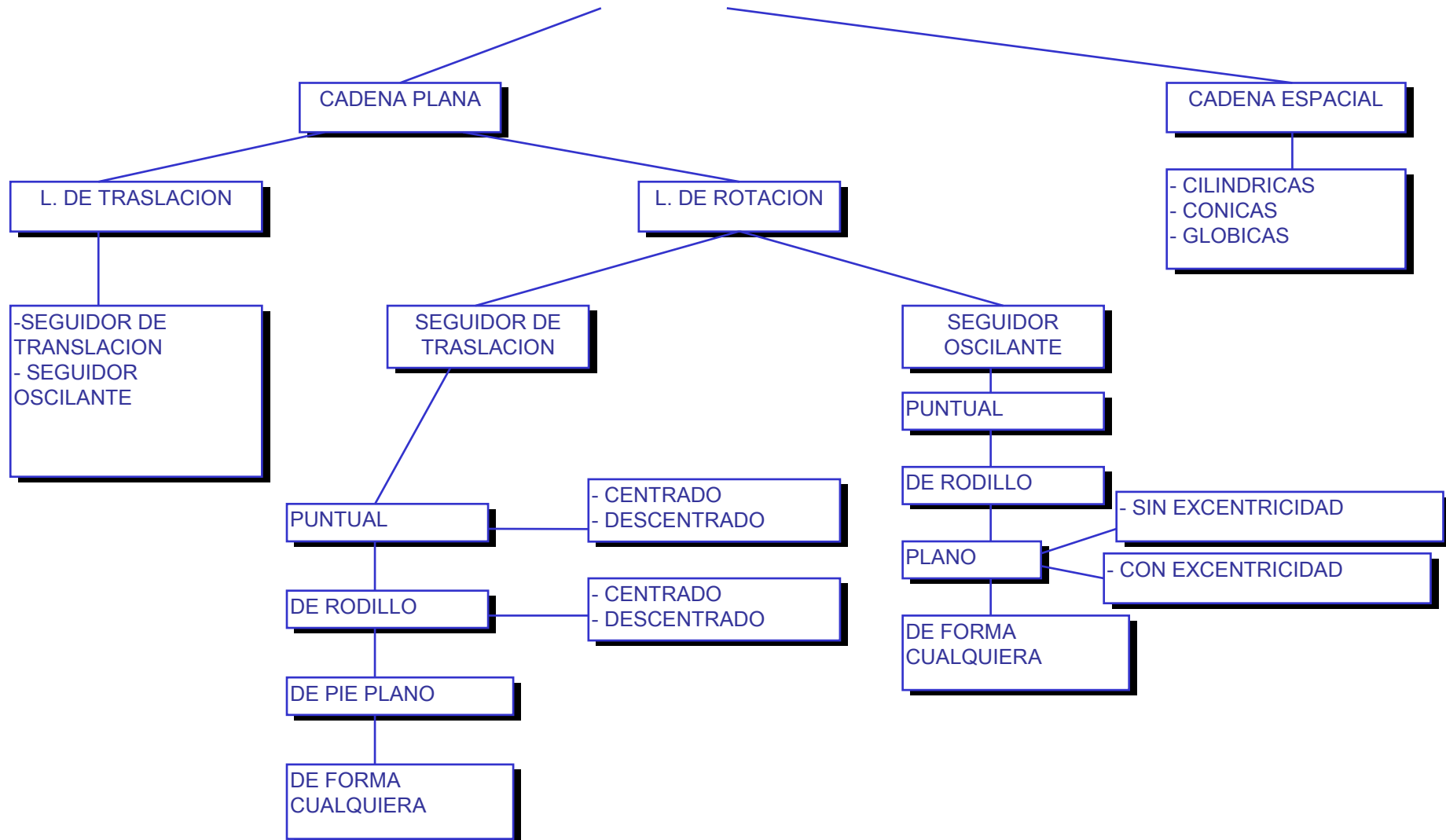
# Capítulo V: Tema 1

## Introducción a las levas

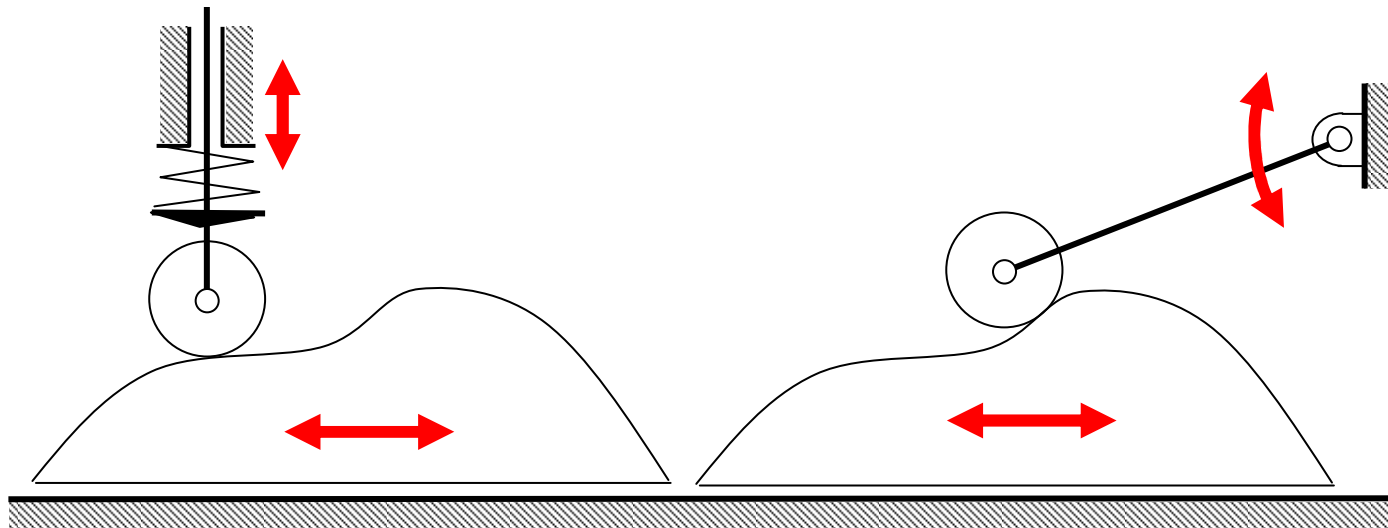
2. Clasificación de las levas.
  1. Tipo de seguidor.
  2. Tipo de cerramiento.
  3. Tipo de cadena cinemática.



# Clasificación de las levas

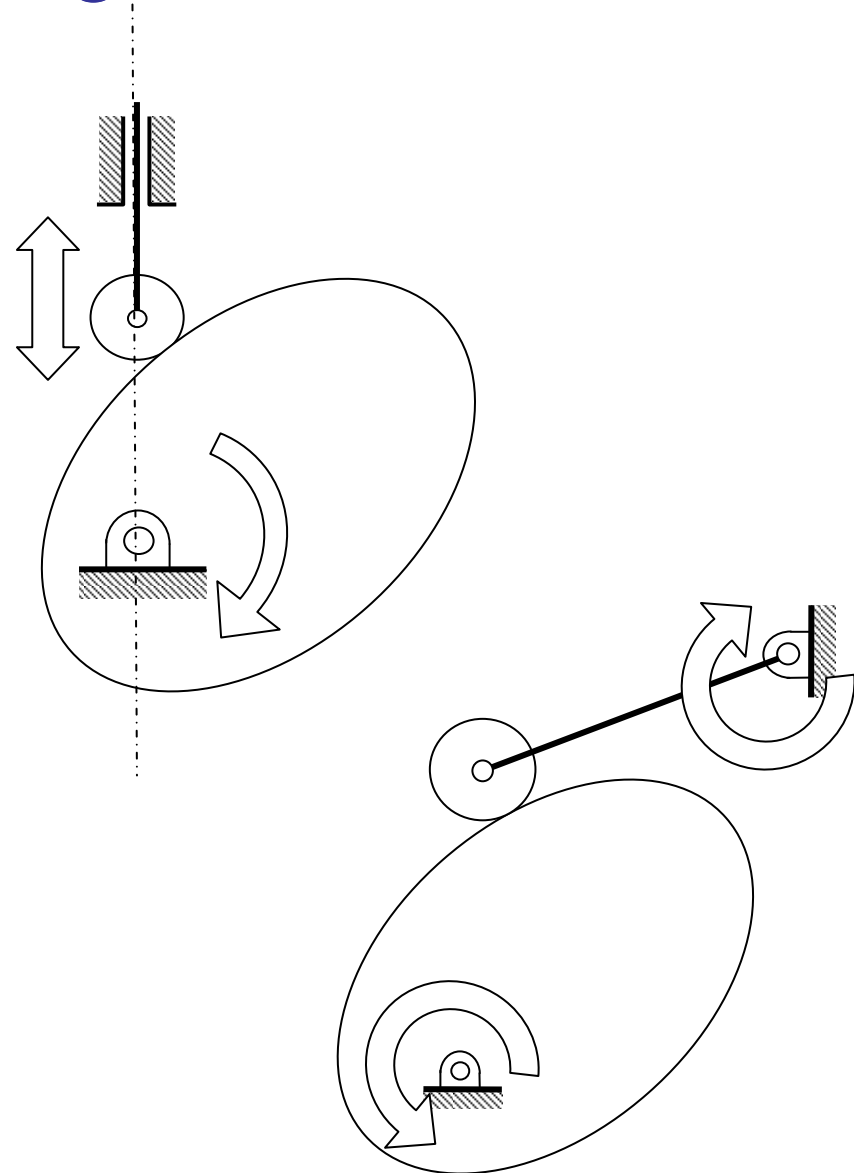


# Clasificación de las levas



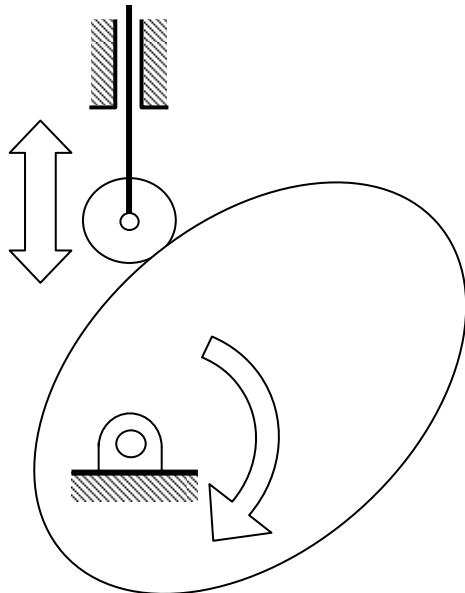
# Tipo de seguidor

Podemos encontrar seguidores con movimiento de rotación o movimiento de translación.

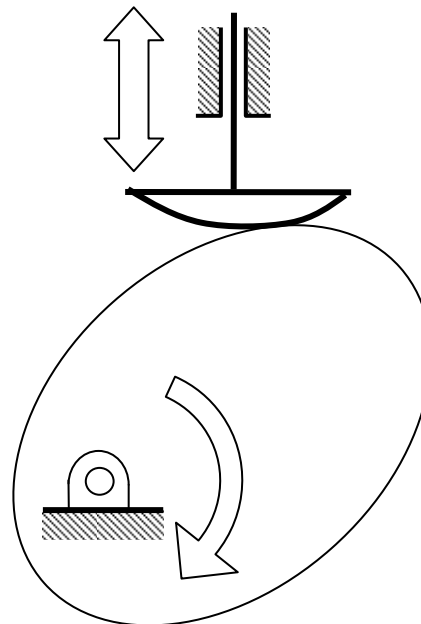


# Tipo de seguidor

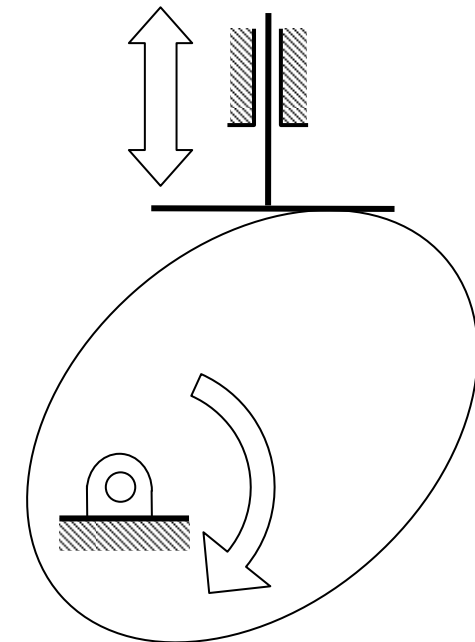
Seguidor de  
rodillo



Seguidor de forma  
cualquiera

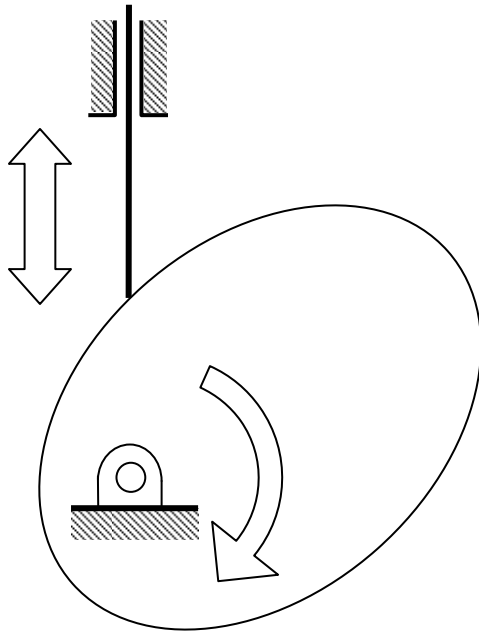


Seguidor plano

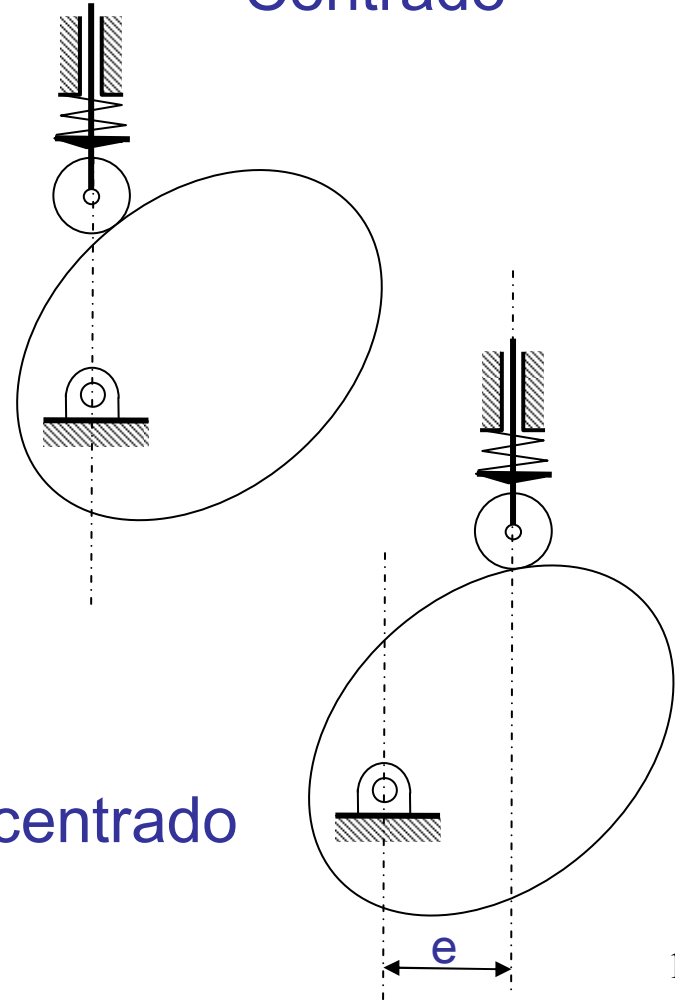


# Tipo de seguidor

Seguidor puntual



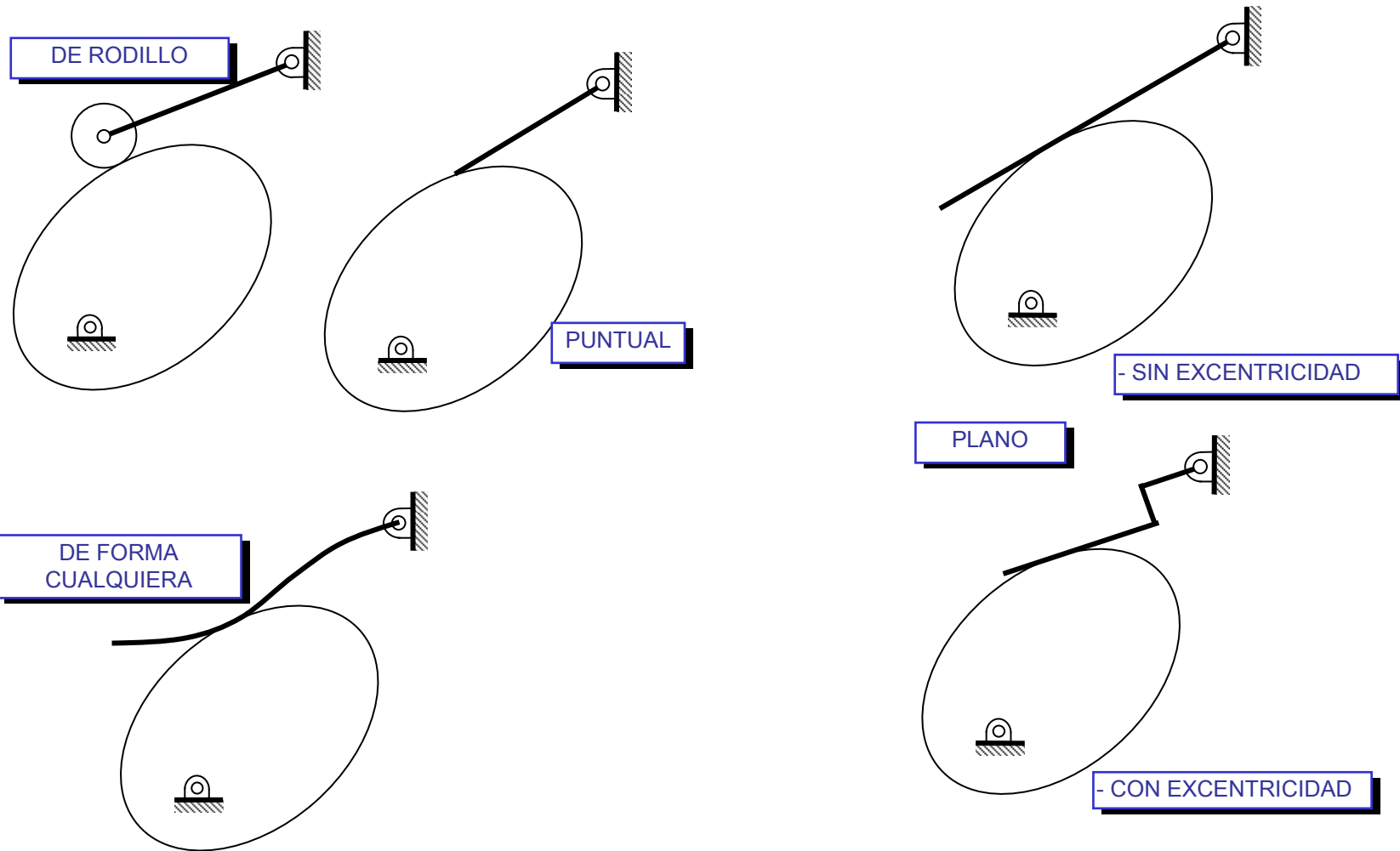
Centrado



Descentrado

# Tipo de seguidor

## SEGUIDORES OSCILANTES

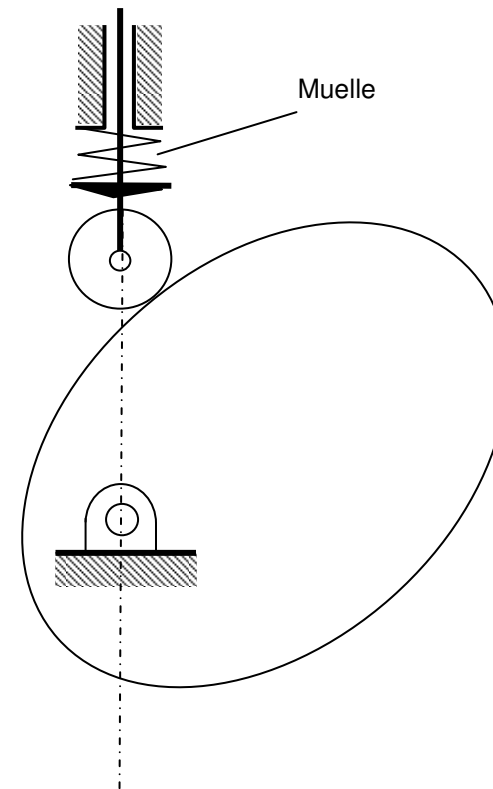


# Tipo de cerramiento

El tipo de cerramiento se refiere al sistema empleado para que la leva permanezca en continuo contacto con el seguidor.

**Cerramiento de fuerza:** este tipo de cerramiento requiere una fuerza externa que garantice el contacto. En levas, generalmente esta fuerza viene proporcionada por dos procedimientos:

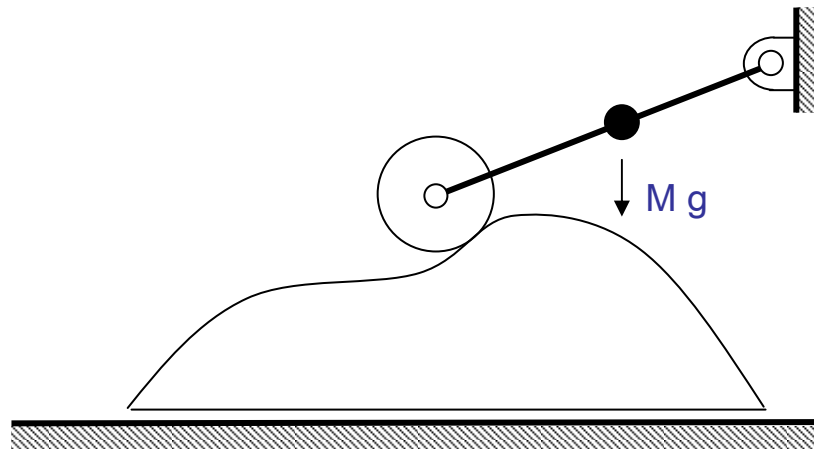
- Muelle
- Gravedad



# Tipo de cerramiento

El método más común para proporcionar fuerza es el muelle que debe tener la tensión adecuada para que no se pierda el contacto.

En el cierre de gravedad es el peso propio del seguido el que garantiza el contacto.



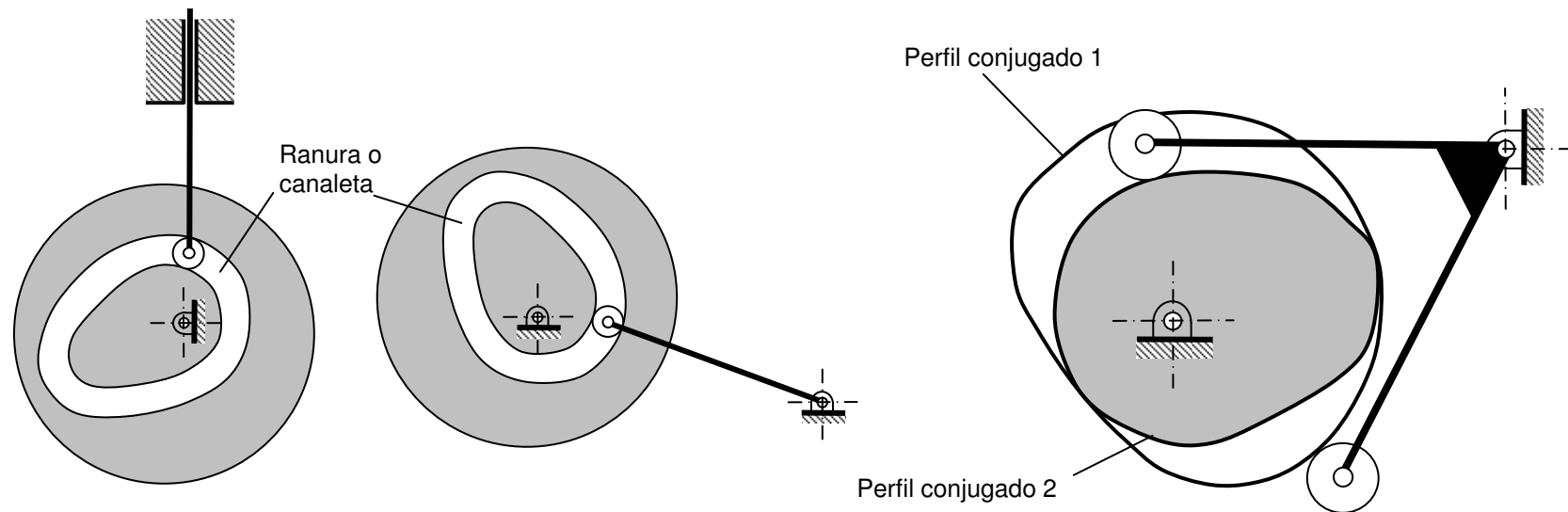


# Tipo de cerramiento

En el **cerramiento de forma** es la propia geometría de la leva y el seguidor en el contacto la que garantiza que dicho contacto sea permanente.

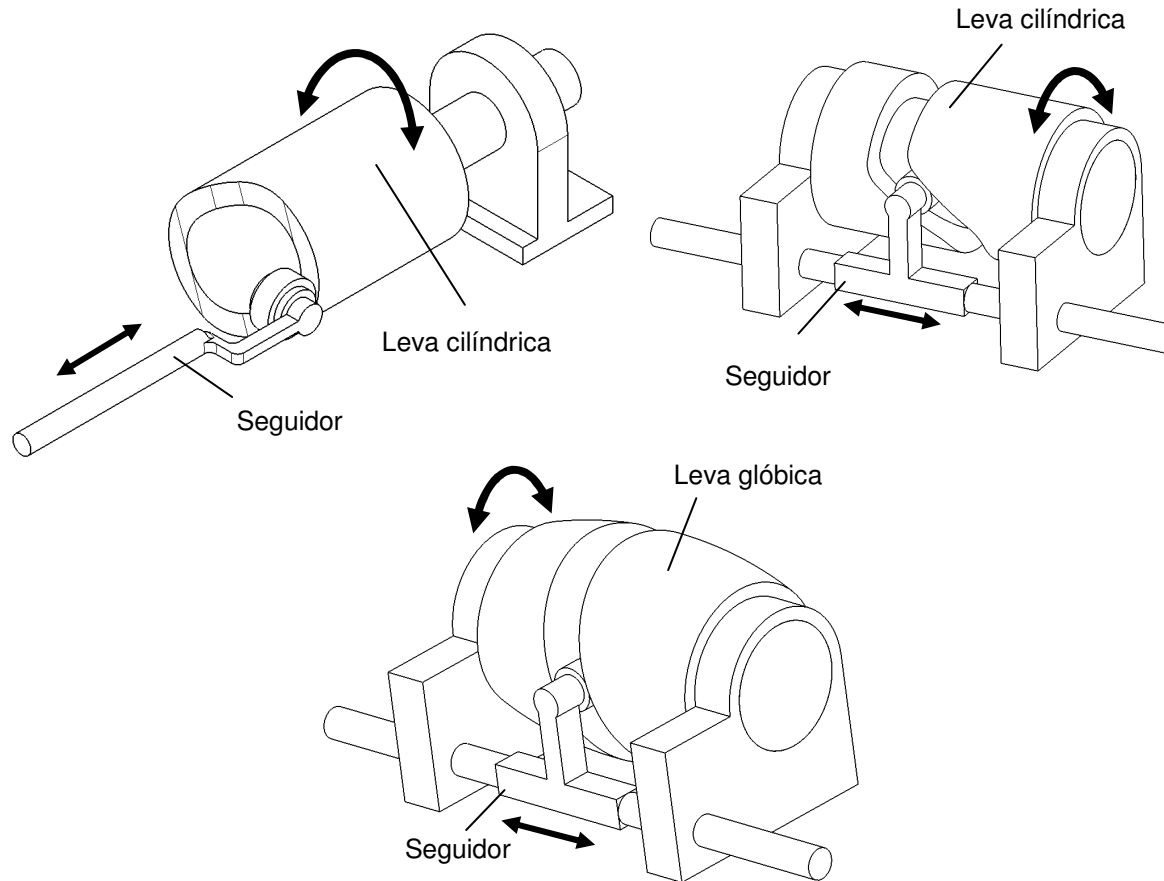
Existen dos tipos:

- Leva y contraleva: Tiene una ranura sobre la que desliza el rodillo del seguidor. Esta ranura define la trayectoria.
- Diámetro constante: Existe una magnitud que debe permanecer constante entre dos rodillos.



# Tipo de cadena cinemática

## Levas de cadena espacial



# Capítulo V: Tema 1

## Introducción a las levas

### 3. Ventajas de las levas.

# Ventajas e inconvenientes de las levas

Las levas presentan ciertas ventajas si se comparan con mecanismos formados por eslabonamientos. Estas son las siguientes:

- La síntesis de las levas es mucho más sencilla. Además, se pueden obtener infinitos puntos de precisión.
- Más fáciles de equilibrar y por tanto pueden funcionar a mayores velocidades.
- Son en general más baratas, fáciles de ajustar y requieren menos mantenimiento.

La principal desventaja de las levas es lo limitado de sus desplazamientos.

# Capítulo V: Tema 1

## Introducción a las levas

### 4. Nomenclatura de las levas.

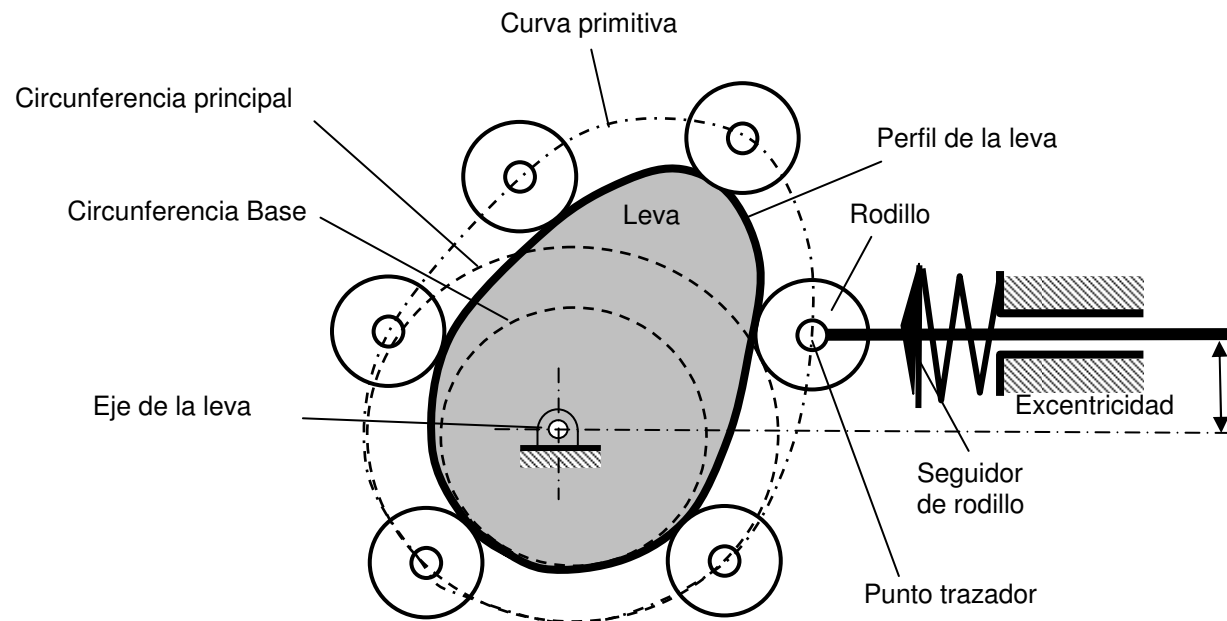
# Nomenclatura de las levas

**Circunferencia Base ( $R_b$ )**: es la circunferencia más pequeña que puede dibujarse tangente a la superficie de la leva y concéntrica al eje de esta.

**Circunferencia Principal ( $R_p$ )**: es la circunferencia más pequeña que puede dibujarse tangente a la curva primitiva y concéntrica al eje de la leva.

**Curva primitiva**: es la curva generada por la trayectoria del centro del rodillo.

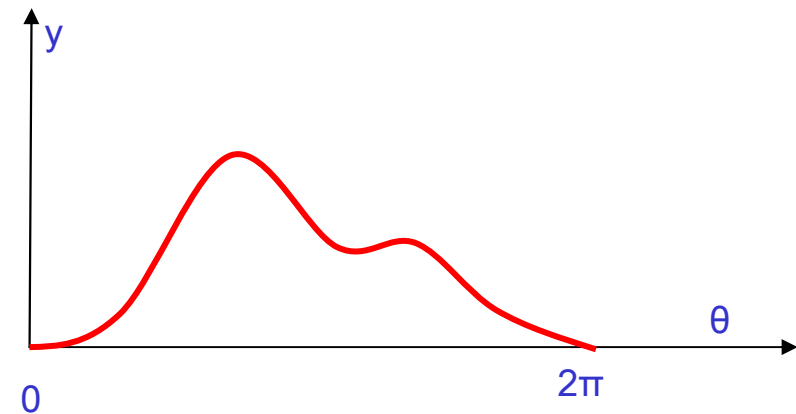
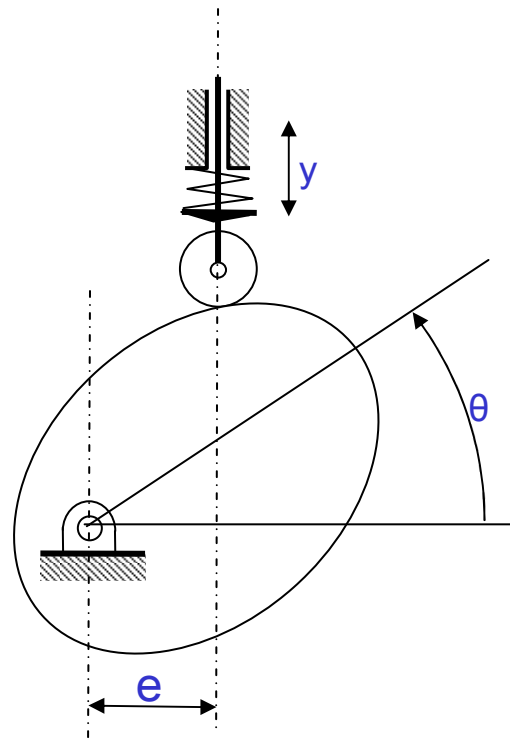
**Punto trazador o primitivo**: es el punto en el centro del rodillo del seguidor que genera la curva primitiva.



# Nomenclatura de las levas

**Diagrama de desplazamiento:** es la representación gráfica de la relación entrada (giro de la leva) y la salida (desplazamiento del seguidor).

**Excentricidad:** la distancia entre el eje de movimiento del seguidor y el eje de giro de la leva.

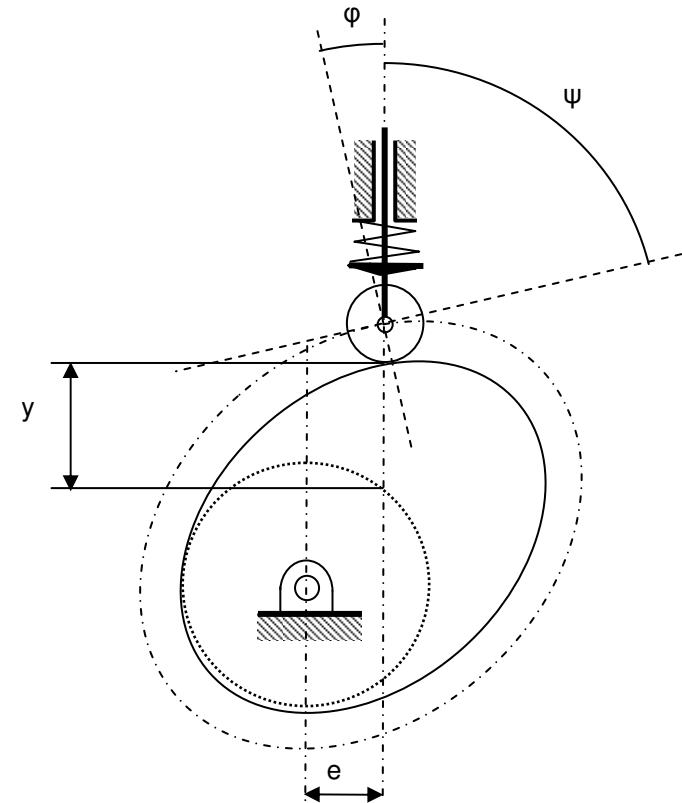


# Nomenclatura de las levas

Ángulo de presión ( $\phi$ ): es el ángulo entre la dirección del movimiento del seguidor y la normal a la curva primitiva en la posición actual del punto trazador.

Normalmente:

- $\phi < 30^\circ$  para seguidores de translación.
- $\phi < 35^\circ$  para seguidores oscilantes.





# Capítulo V: Tema 1

## Introducción a las levas

### 5. Ángulo de presión.

# Ángulo de presión

$$V_{p32} = b\omega = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\theta} \frac{d\theta}{dt} = v_{\text{seguidor}} \omega$$

$$v_{\text{seguidor}} = b$$

$$c = (s + d) \tan \phi$$

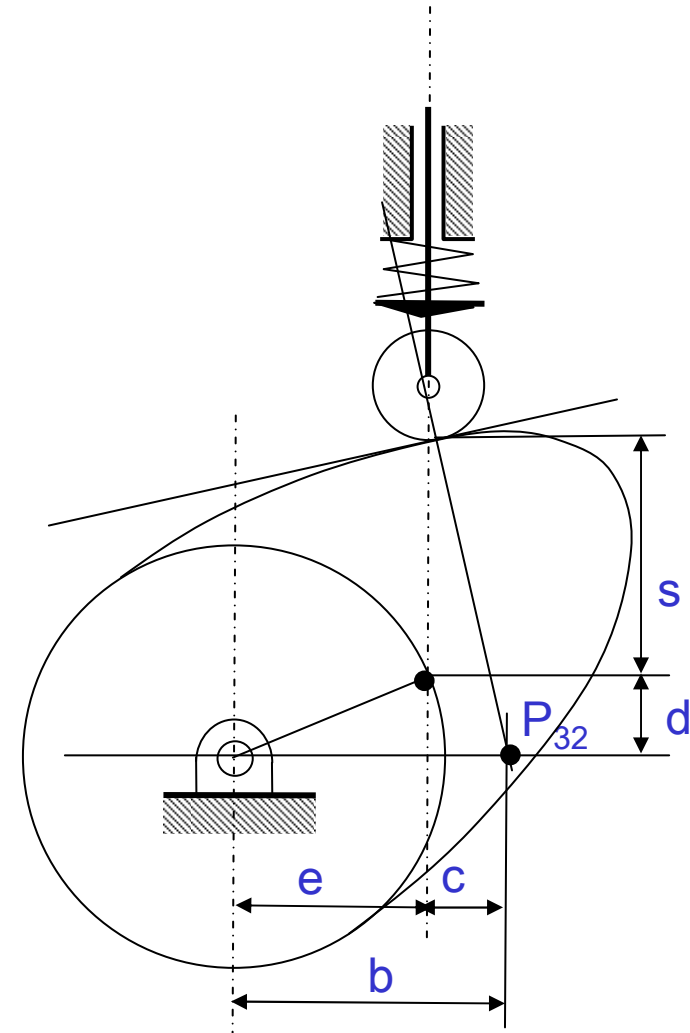
$$b = (s + d) \tan \phi + e$$

$$v = (s + d) \tan \phi + e$$

$$d = \sqrt{R_b^2 - e^2}$$

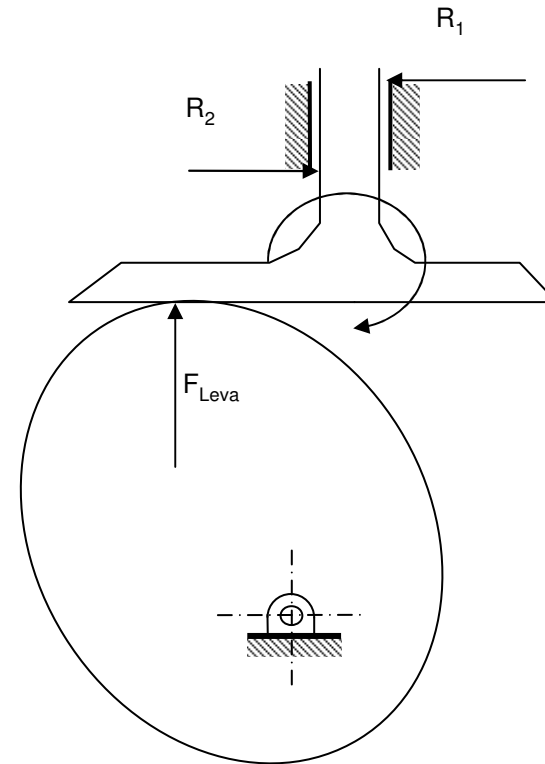
$$v = (s + \sqrt{R_b^2 - e^2}) \tan \phi + e$$

$$\phi = \arctan \frac{v - e}{s + \sqrt{R_b^2 - e^2}}$$



# Ángulo de presión

En el caso de seguidores planos el ángulo de presión es siempre cero. Sin embargo aparece un momento que debe ser contrarestado por el soporte del seguidor.



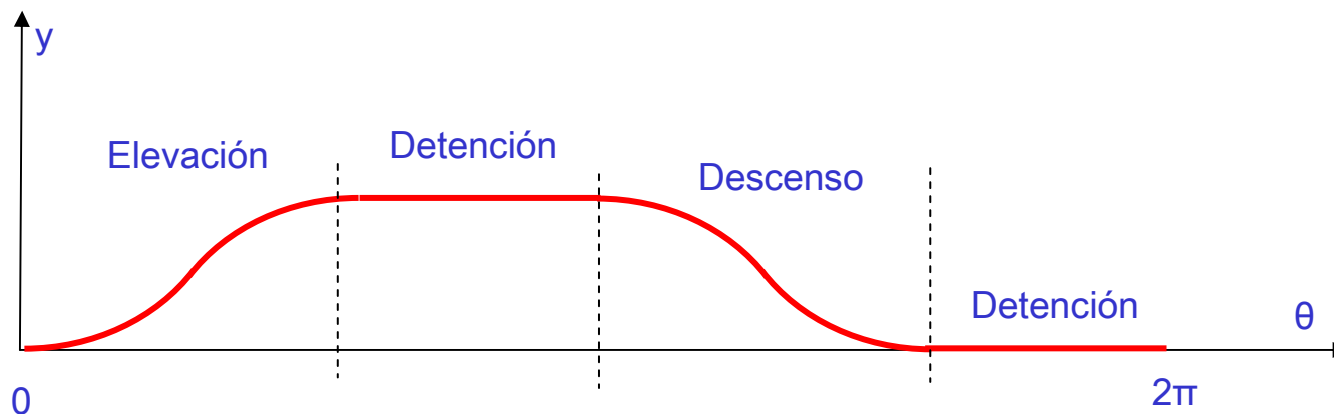
# Capítulo V: Tema 1

## Introducción a las levas

6. Diagramas de desplazamiento.
  - Diagramas SVAJ.

# Diagramas de desplazamiento

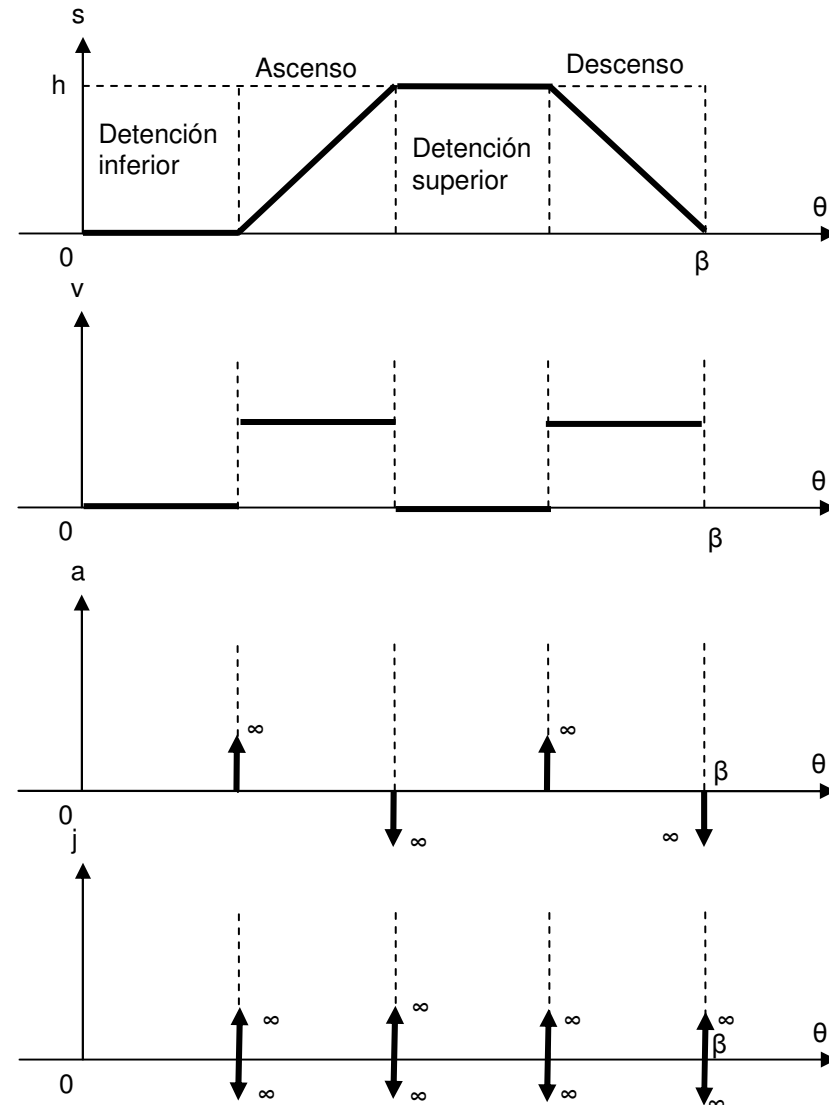
- Detención – con movimiento de entrada pero sin movimiento de salida.
- Elevación-Descenso – Sin periodo de mantenimiento.
- Elevación-descenso-parada
- Elevación-detención-descenso-detención.



# Diagramas SVAJ

- Se conectan los puntos usando líneas rectas
- Velocidad constante

- ☹ Aceleración y sobreaceleración infinitas
- ☹ Es un diagrama no aceptable para el correcto funcionamiento de la leva



# Capítulo V: Tema 1

## Introducción a las levas

### 7. Ley fundamental de las levas.

# Ley fundamental del diseño de levas

Cualquier leva diseñada para operar a velocidades que no puedan considerarse pequeñas tiene que cumplir con las siguiente restricción:

- El diagrama de desplazamientos y su primera y segunda derivada deben ser continuos en el intervalo de funcionamiento ( $360^\circ$ ).

Corolario:

- La sobreaceleración debe ser finita en el mismo intervalo ( $360^\circ$ ).



# Capítulo V: Tema 1

## Introducción a las levas

8. Tipos de diagramas de desplazamiento.
  - Movimiento armónico simple.
  - Movimiento cicloidal.
  - Funciones polinomios.

# Movimiento armónico simple

La función seno tiene derivadas continuas

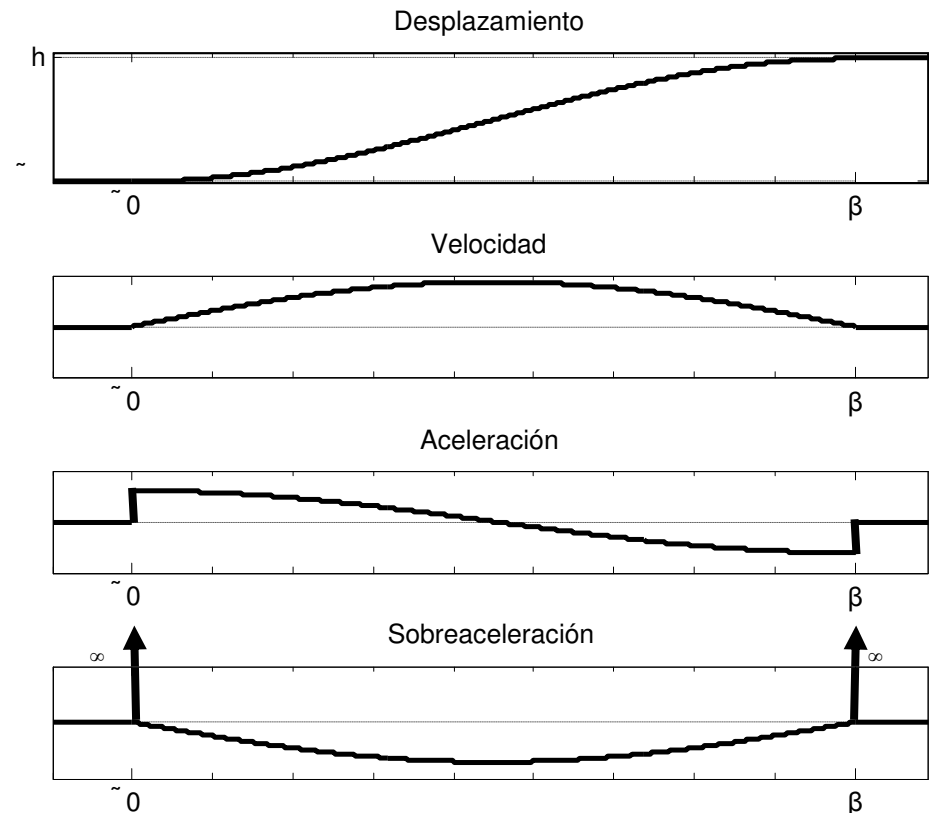
$$s = \frac{h}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right) \right)$$

$$v = \frac{ds}{d\theta} = \frac{h\pi}{2\beta} \sin\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$a = \frac{dv}{d\theta} = \frac{h\pi^2}{2\beta^2} \cos\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right)$$

☹ La aceleración presenta discontinuidad, por tanto la sobre aceleración se hace infinito, es un mal diseño.

$$j = \frac{da}{d\theta} = \frac{-h\pi^3}{2\beta^3} \sin\left(\frac{\pi\theta}{\beta}\right)$$



# Movimiento cicloidal

Se empieza por la aceleración y se integra

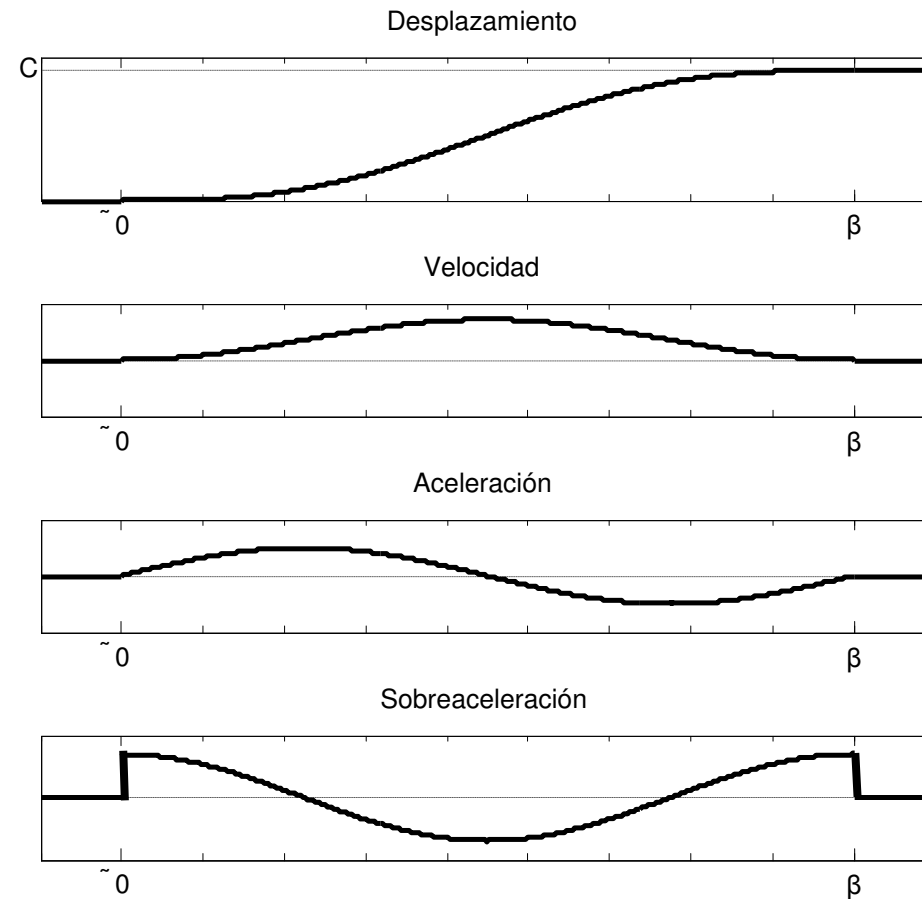
$$a = C \sin\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)$$

$$v = -\frac{C\beta}{2\pi} \cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right) + k_1$$

como  $v=0$  cuando  $\theta=\beta$ ,

$$k_1 = \frac{C\beta}{2\pi}$$

$$v = \frac{C\beta}{2\pi} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi\theta}{\beta}\right)\right)$$



# Movimiento cicloidal

$$s = C\beta / 2\pi \theta - C \left( \beta / 2\pi \right)^2 \sin \left( 2\pi \theta / \beta \right) + k_2$$

Como  $s=0$  cuando  $\theta=0$ ,  $k_2=0$   
como  $s=h$  cuando  $\theta=\beta$ ,

$$h = \left( C\beta / 2\pi \right) \beta \Rightarrow C = 2\pi h / \beta^2$$

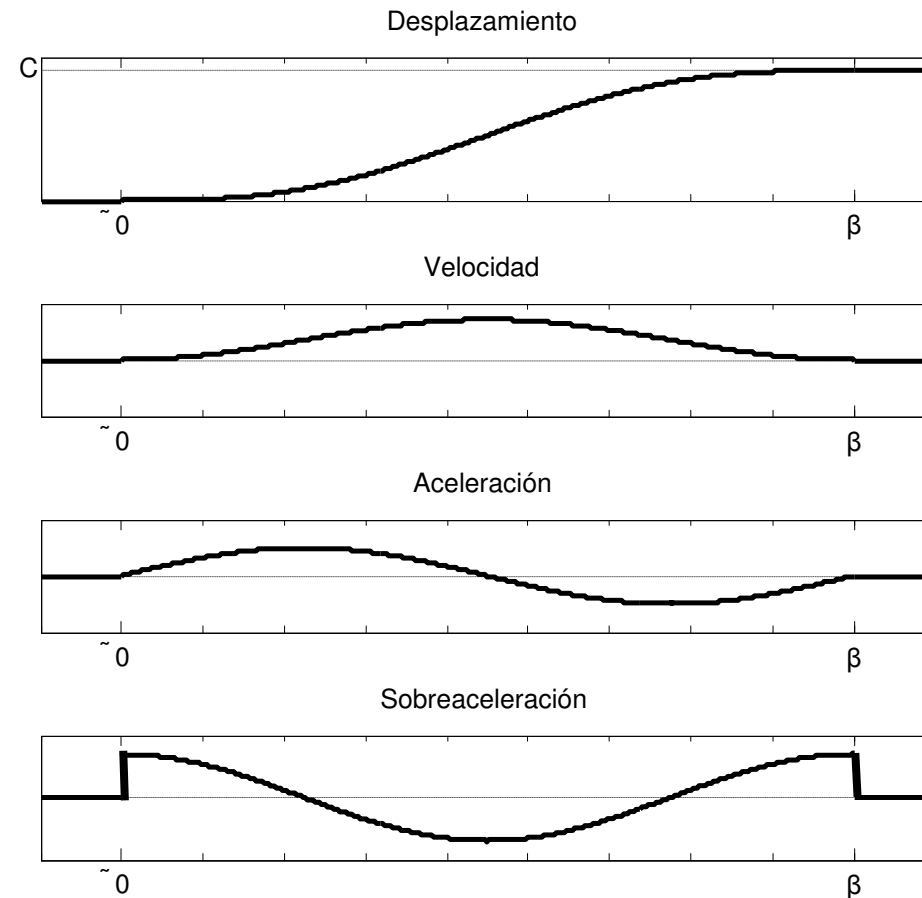
Así que,

$$s = h / \beta \theta - h / 2\pi \sin \left( 2\pi \theta / \beta \right)$$

$$v = h / \beta \left( 1 - \cos \left( 2\pi \theta / \beta \right) \right)$$

$$a = 2\pi h / \beta^2 \sin \left( 2\pi \theta / \beta \right)$$

$$j = h(2\pi)^2 / \beta^3 \cos \left( 2\pi \theta / \beta \right)$$

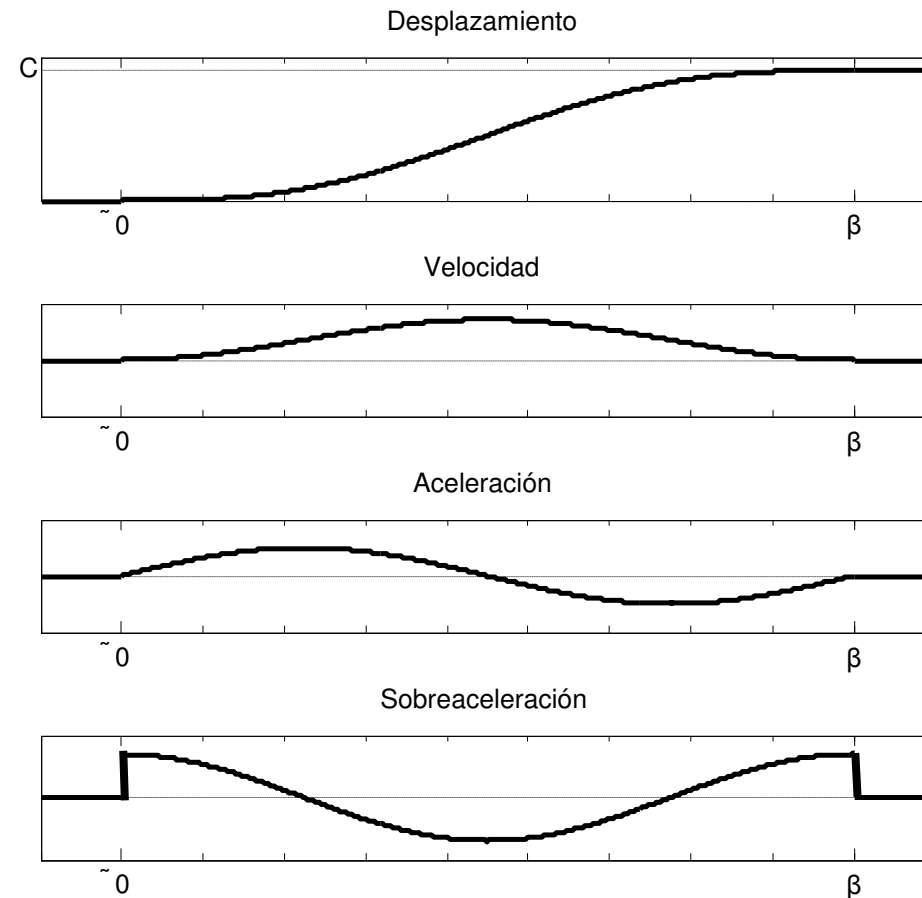


# Movimiento cicloidal

El movimiento cicloidal es un diseño válido de leva, ya que cumple con la ley fundamental del diseño de levas.

Las velocidades y aceleraciones son mayores que en otros perfiles.

Un procedimiento general para diseñar un diagrama de desplazamiento es empezar proponiendo una curva de aceleración continua e integrar, como hemos visto, obteniendo velocidades y desplazamientos.



# Funciones polinomio

Funciones polinomiales pueden emplearse en la definición del diagrama de desplazamiento

La forma general es:

$$s = C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3 + C_4x^4 + \dots + C_nx^n$$

donde  $x = \theta/\beta$  o bien el tiempo,  $t$ .

Es necesario escoger un número de condiciones de contorno para satisfacer la ley fundamental de diseño de levas.

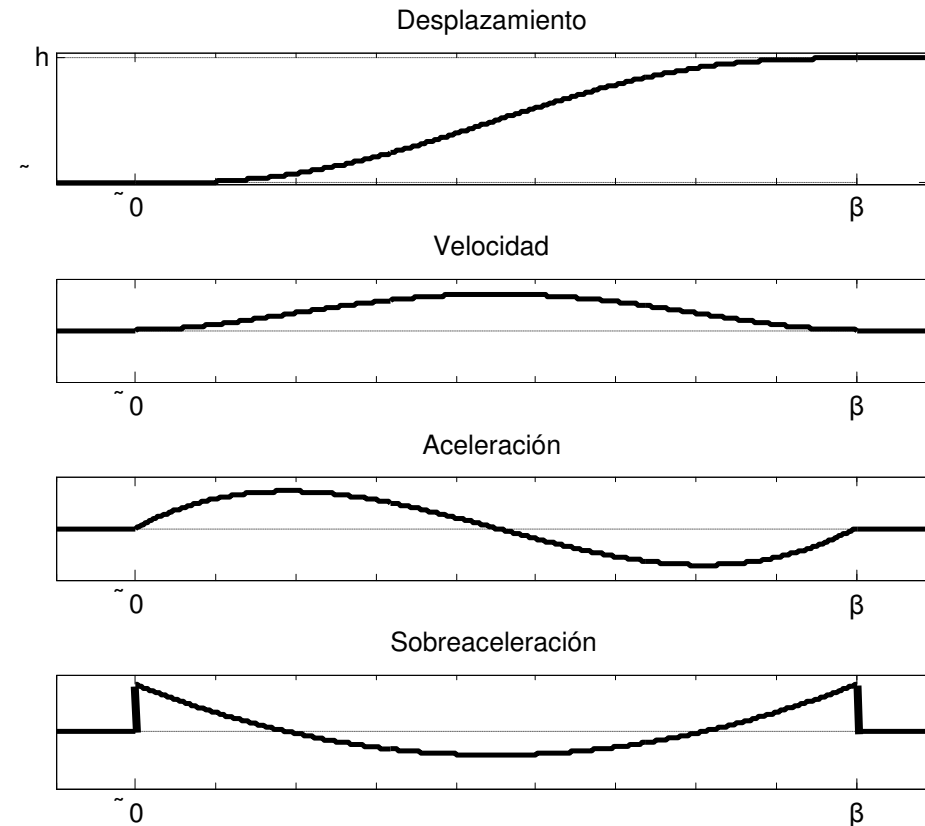
# Polinomio 3-4-5

Condiciones de contorno:

- Para  $\theta=0$ ,  $s = 0$ ,  $v = 0$ ,  $a = 0$
- Para  $\theta = \beta$ ,  $s = h$ ,  $v = 0$ ,  $a = 0$

Que son 6 condiciones de contorno, así que el orden del polinomio debe ser 5,

$$s = C_0 + C_1 \left(\frac{\theta}{\beta}\right) + C_2 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + C_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + C_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5$$



# Polinomio 3-4-5

$$s = C_0 + C_1 \left(\frac{\theta}{\beta}\right) + C_2 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + C_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + C_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 + C_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^5$$

$$v = \frac{1}{\beta} \left[ C_1 + 2C_2 \left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 3C_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 4C_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 + 5C_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^4 \right]$$

$$a = \frac{1}{\beta^2} \left[ 2C_2 + 6C_3 \left(\frac{\theta}{\beta}\right) + 12C_4 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^2 + 20C_5 \left(\frac{\theta}{\beta}\right)^3 \right]$$

Para  $\theta = 0$ ,  $s=0=C_0$ ,  $v=0=C_1/\beta$ ,  $a=0=2C_2/\beta^2$

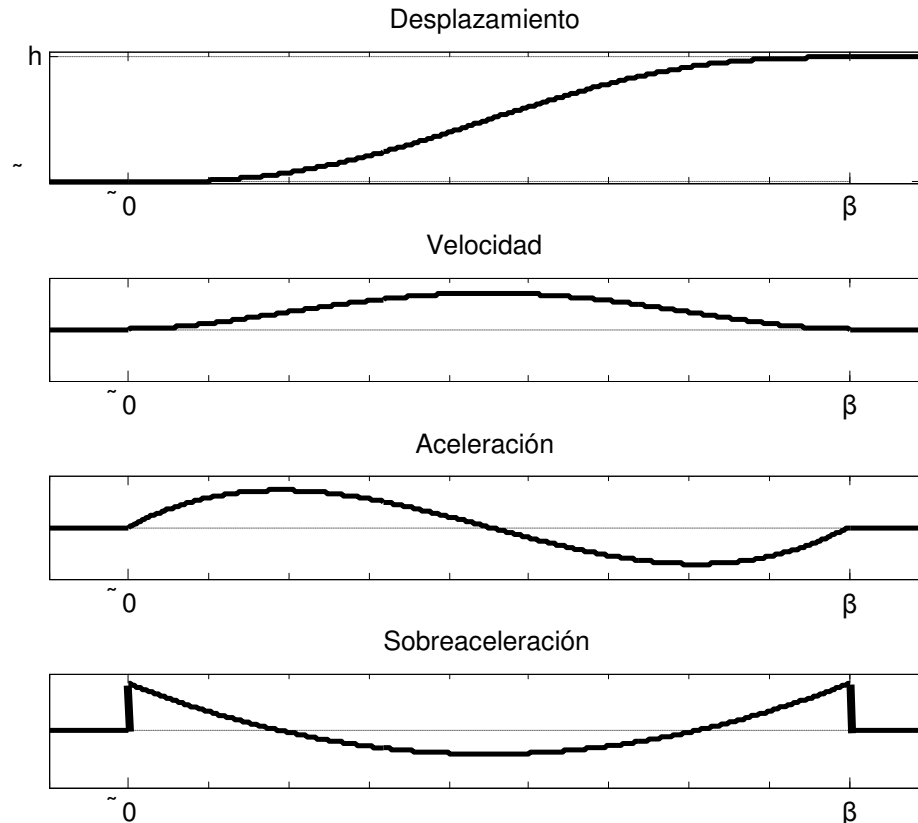
Luego,  $C_0=0$ ,  $C_1=0$ ,  $C_2=0$

Para  $\theta = \beta$ ,

$$s=h = C_3 + C_4 + C_5,$$

$$v=0 = 2C_3 + 3C_4 + 5C_5$$

$$a=0 = 6C_3 + 12C_4 + 20C_5$$





# Polinomio 3-4-5

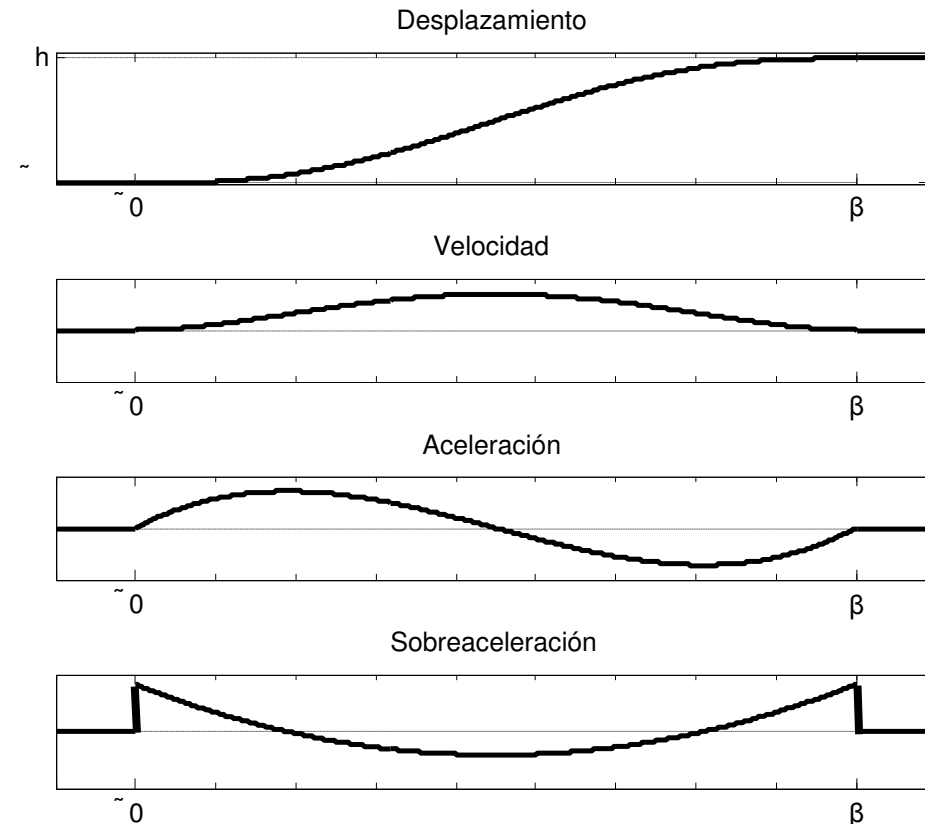
Resolviendo este sistema formado por tres ecuaciones con tres incógnitas se obtiene,

$$s = h \left[ 10 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 15 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 6 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right]$$

$$v = \frac{30h}{\beta} \left[ \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^2 - 2 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^3 + \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^4 \right]$$

$$a = \frac{60h}{\beta^2} \left[ \left( \frac{\theta}{\beta} \right) - 3 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^2 + 2 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^3 \right]$$

$$j = \frac{360h}{\beta^2} \left[ \left( \frac{1}{6\beta} \right) - \left( \frac{\theta}{\beta} \right) + \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^2 \right]$$



# Polinomio 3-4-5 y 4-5-6-7

## Polinomio 3-4-5

- Es similar en forma al perfil cicloidal
- Presenta discontinuidad en la sobreaceleración

$$s = h \left[ 10 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^3 - 15 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^4 + 6 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^5 \right]$$

Polinomio 4-5-6-7 – Se hace cero la sobreaceleración en 0 y  $\beta$ .

$$s = h \left[ 35 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^4 - 84 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^5 + 70 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^6 - 20 \left( \frac{\theta}{\beta} \right)^7 \right]$$

Tiene una sobreaceleración continua, pero todo lo demás es mayor.

