Capitulo VI

VI.4 Trenes de engranajes

Capítulo VI
Engranajes

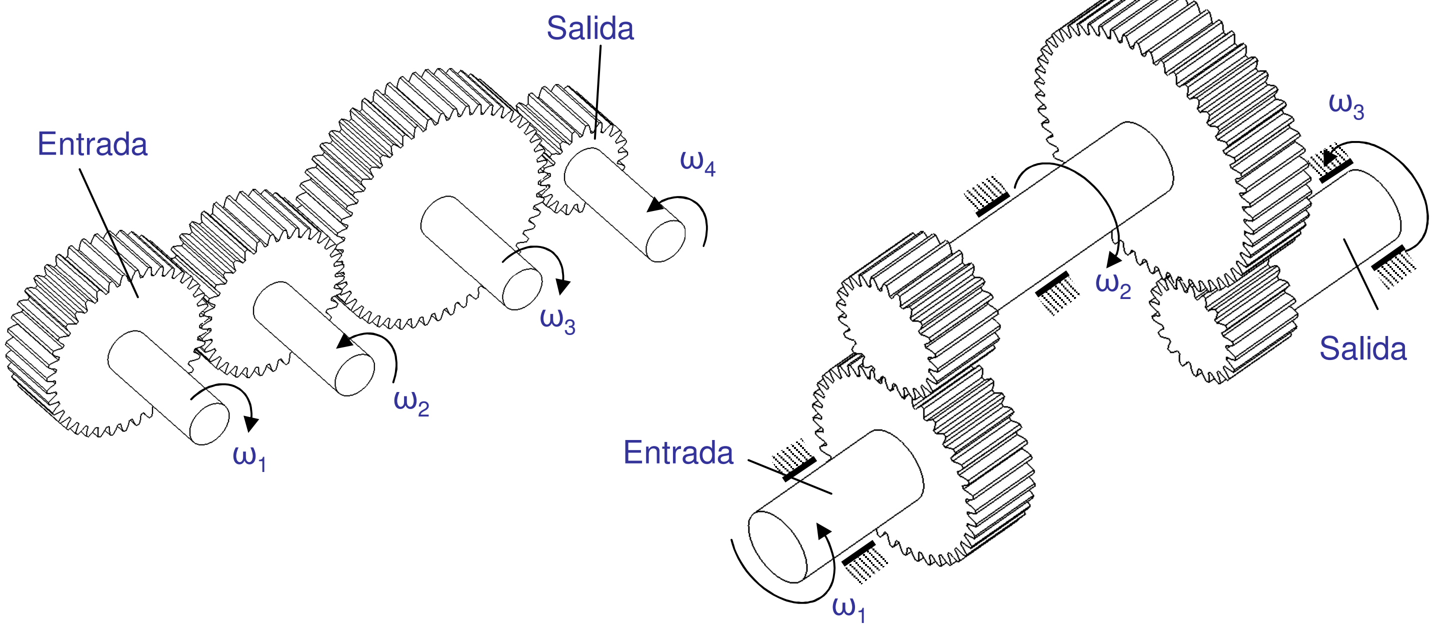
Capítulo VI: Tema 4
Trenes de engranajes

Capítulo VI: Tema 4
Trenes de engranajes

1. Introducción.

Introducción

Un mecanismo se denomina tren de engranajes cuando tiene varios engranajes acoplados de tal forma que el elemento conducido de una pareja es el conductor de la siguiente.



Introducción

<u>Razones para utilizar trenes de engranajes:</u>

1. No es posible obtener la relación de transmisión únicamente con una pareja de ruedas.
    1. Una relación de transmisión muy distinta de la unidad conduce a ruedas muy grandes.
    2. La relación de transmisión es irreducible.
    3. La relación de transmisión es un número racional.
    4. Cuando los ejes están excesivamente alejados.
2. Se desea obtener mecanismos con relación de transmisión variable.

Capítulo VI: Tema 4
Trenes de engranajes

2. Clasificación de los trenes de engranajes.
   1. Trenes ordinarios.
   2. Trenes ordinarios simples.
   3. Trenes ordinarios compuestos.

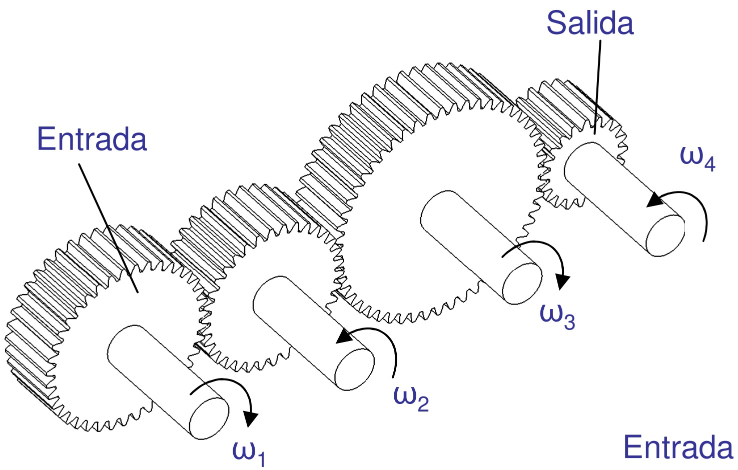
Clasificación de los trenes de engranajes

- TRENES DE ENGRANAJES
  - ORDINARIOS
    - SIMPLES
    - COMPUESTOS
      - RECURRENTES
      - NO RECURRENTES
  - EPICICLOIDALES
    - SIMPLES
    - DIFERENCIALES
    - DE BALANCIN
  - MIXTOS

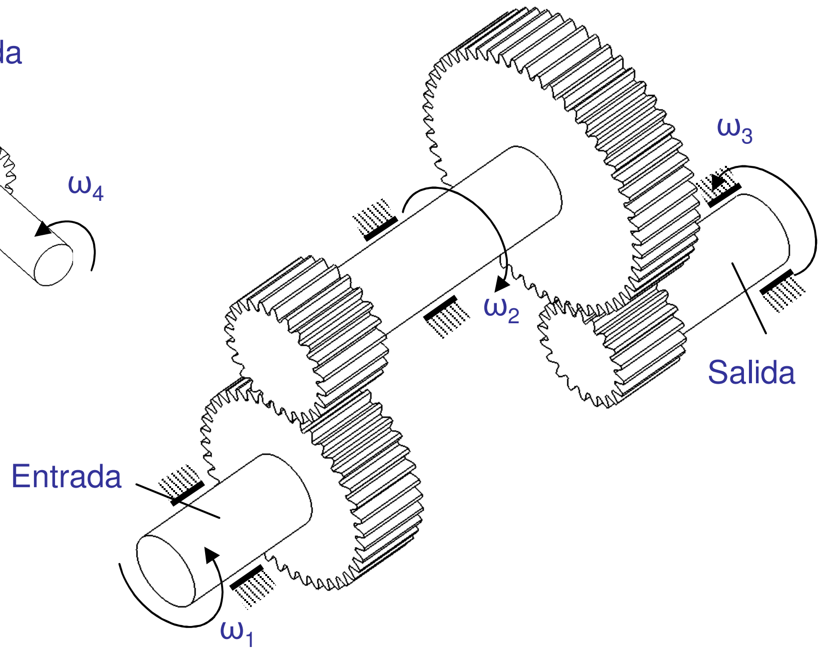
Trenes ordinarios

Trenes ordinarios: es un tren de engranajes en los que las ruedas externas giran sobre dos ejes entre los que se establece una relación de transmisión deseada.

Tren ordinario simple: cuando cada eje contiene únicamente una rueda.



Tren ordinario compuesto: cuando al menos uno de los ejes es común a dos ruedas.



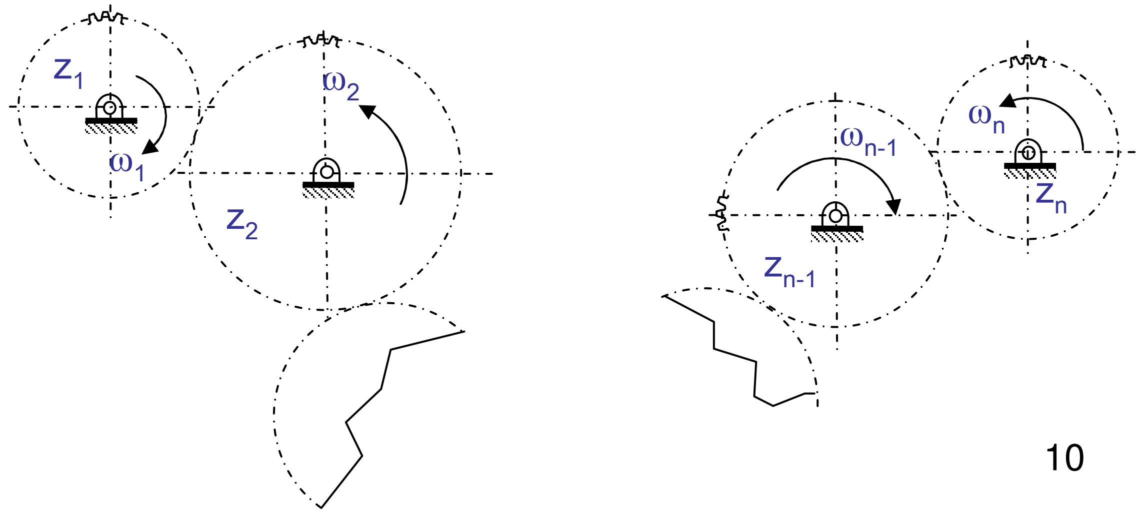
Trenes ordinarios simples

$$\left.\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \\ \mu_2 &= \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_2} \\ &\dots \\ \mu_{n-1} &= \frac{\omega_{n-1}}{\omega_n} = \frac{z_n}{z_{n-1}} \end{aligned}\right\} \quad \left.\begin{aligned} \omega_1 z_1 &= \omega_2 z_2 \\ \omega_2 z_2 &= \omega_3 z_3 \\ &\dots \\ \omega_{n-1} z_{n-1} &= \omega_n z_n \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{\mu = \frac{\omega_n}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_n}}$$

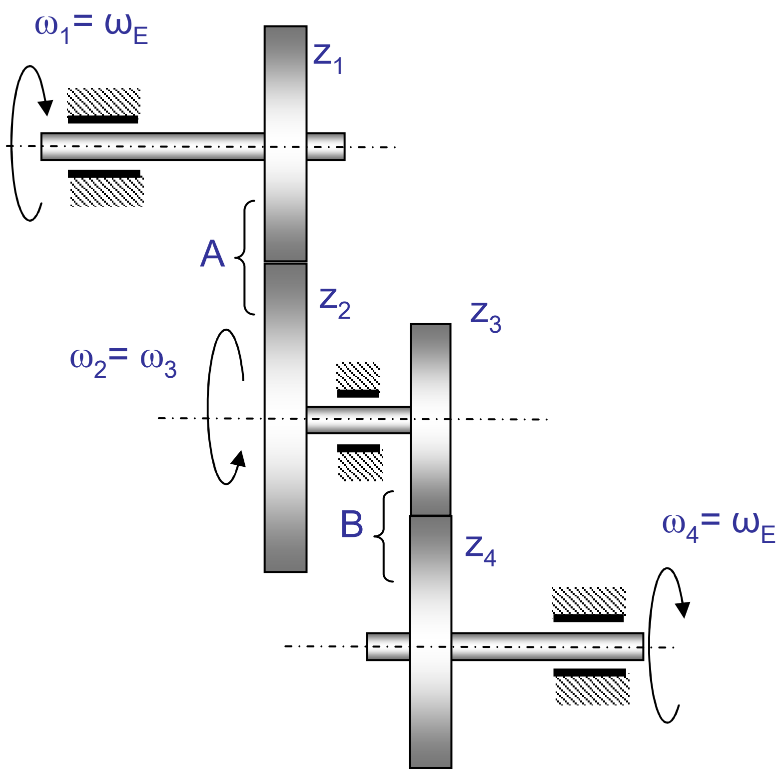
Tren ordinario simple

Las ruedas intermedias no afectan a la relación de transmisión, sólo modifican el sentido de giro y la distancia entre centros.



Trenes ordinarios compuestos

$$\left.\begin{aligned} \omega_1 z_1 &= \omega_2 z_2 \\ \omega_2 &= \omega_3 \\ \omega_3 z_3 &= \omega_4 z_4 \end{aligned}\right\} \quad \mu = \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{\omega_S}{\omega_E} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} = \mu_A \, \mu_B$$



$$\boxed{\mu = \frac{\omega_S}{\omega_E} = \frac{z_1 z_3 \ldots z_{n-1}}{z_2 z_4 \ldots z_n} = \frac{\prod z_{conductoras}}{\prod z_{conducidas}}}$$

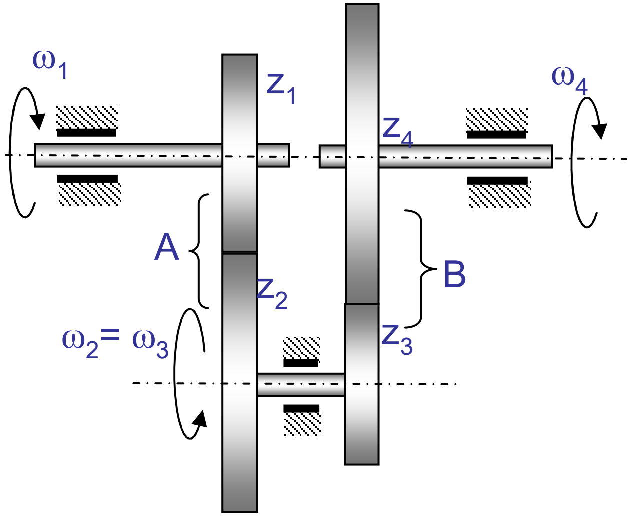
Trenes ordinarios compuestos

Tren recurrente: cuando los ejes de entrada y salida están alineados.

$$R_1 + R_2 = R_3 + R_4$$

$$m_A(z_1 + z_2) = m_B(z_3 + z_4)$$

$$\boxed{\frac{m_A}{m_B} = \frac{z_3 + z_4}{z_1 + z_2}}$$



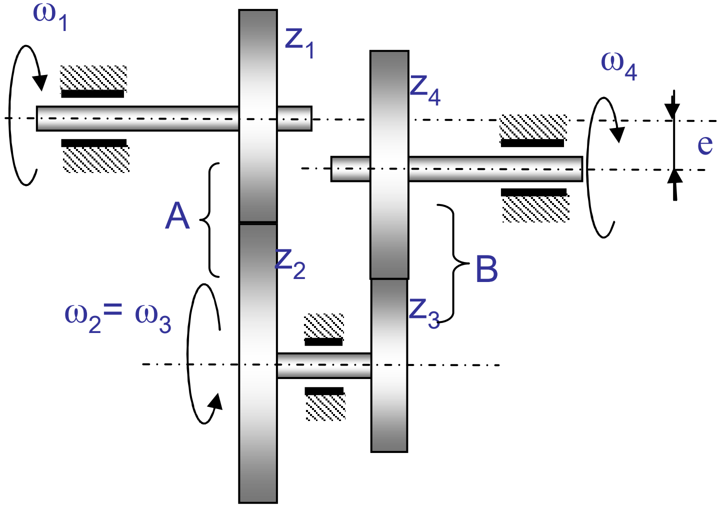
Tren no recurrente: cuando los ejes de entrada y salida no están alineados.

$$R_1 + R_2 + e = R_3 + R_4$$

$$m_A(z_1 + z_2) + e = m_B(z_3 + z_4)$$

$$m_A\left[\,(z_1 + z_2) + \frac{e}{m_A}\,\right] = m_B(z_3 + z_4)$$

$$\boxed{\frac{m_A}{m_B} = \frac{z_3 + z_4}{z_1 + z_2 + \dfrac{e}{m_A}}}$$



Capítulo VI: Tema 4
Trenes de engranajes

3. Cambios de marcha.

Universidad de Cantabria
Departamento de Ing. Estructural y Mecánica

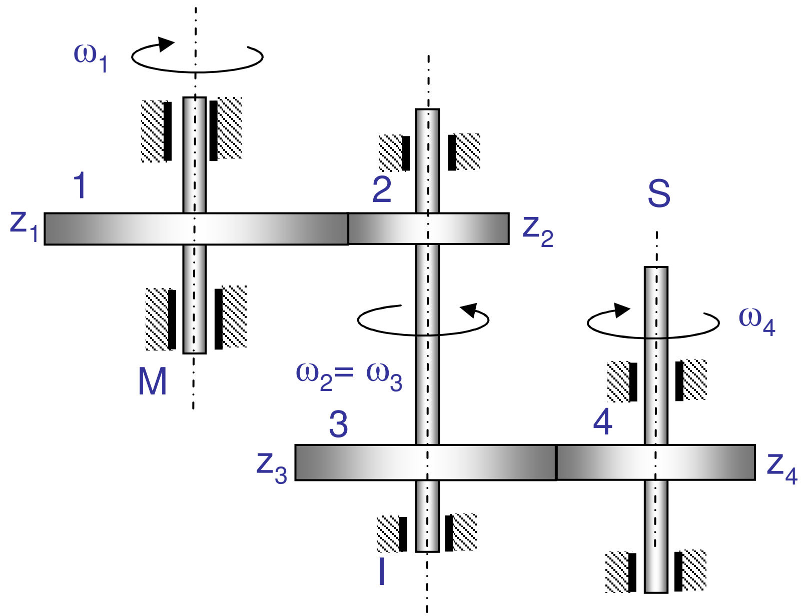
Cambios de marcha

Los <u>cambios de marcha</u> o simplemente <u>cambios</u> se utilizan cuando tenemos una velocidad de entrada constante (o que varia dentro de un rango limitado), y queremos tener una gama de velocidades de salida.

Los cambios de marcha son trenes de engranajes que permiten múltiples conexiones.

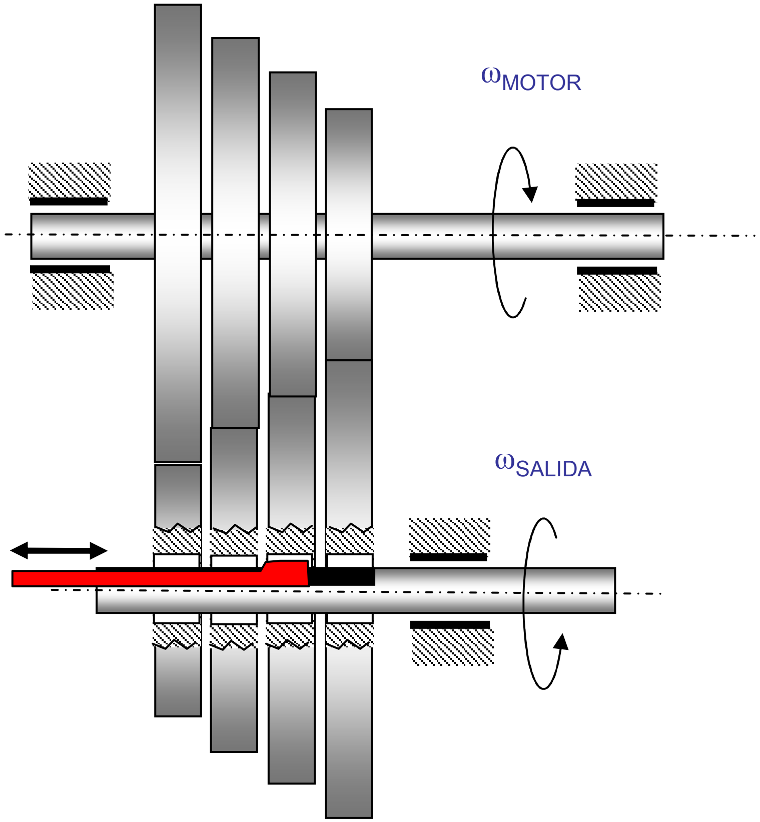
<u>Ejemplo:</u> cuando no se requiera rapidez de cambio de marcha.

Motriz	Intermedio	Salida
1	2 3	4
1	2 4	3
2	1 3	4
2	1 4	3



Cambios de marcha

Cuando interesa realizar los cambios de marcha más rápidos las ruedas se encuentran montadas sobre sus ejes y la conexión de unas a otras se realiza mediante algún órgano de accionamiento.

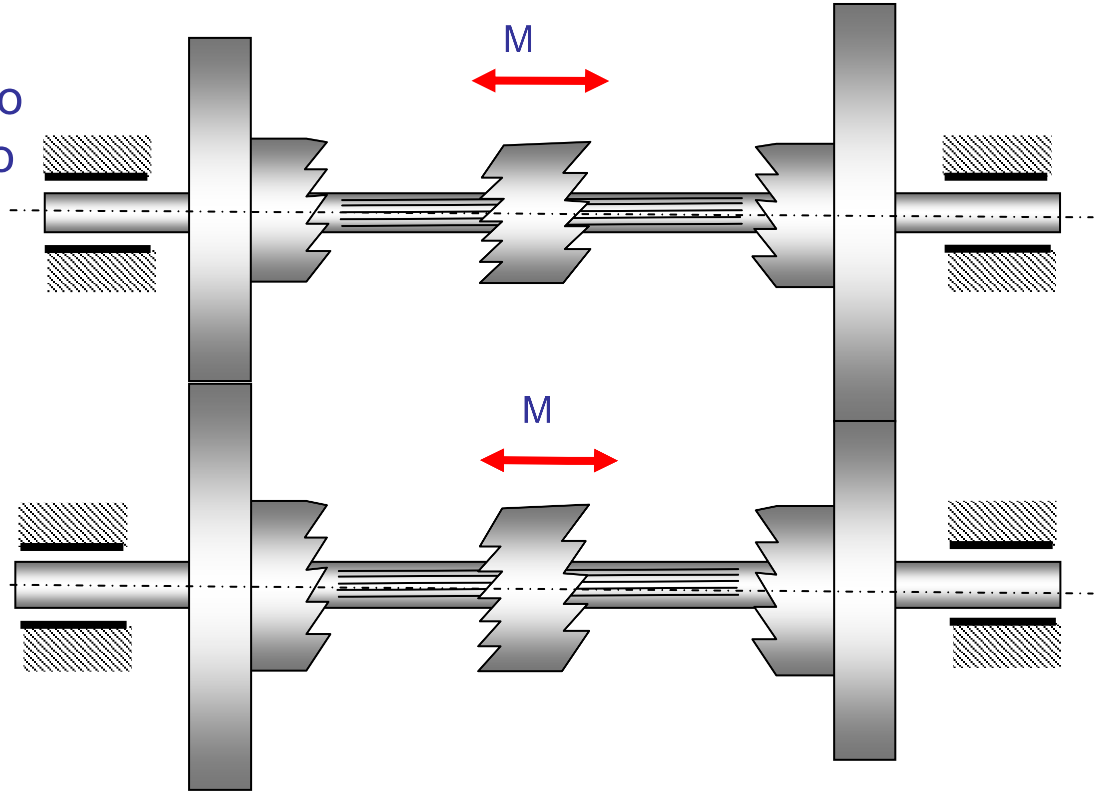


Cambios de marcha

Acoplamientos de dientes:
Las ruedas giran locas sobre los ejes y el manguito M se desliza por el eje pero el movimiento de giro es solidario a éste.

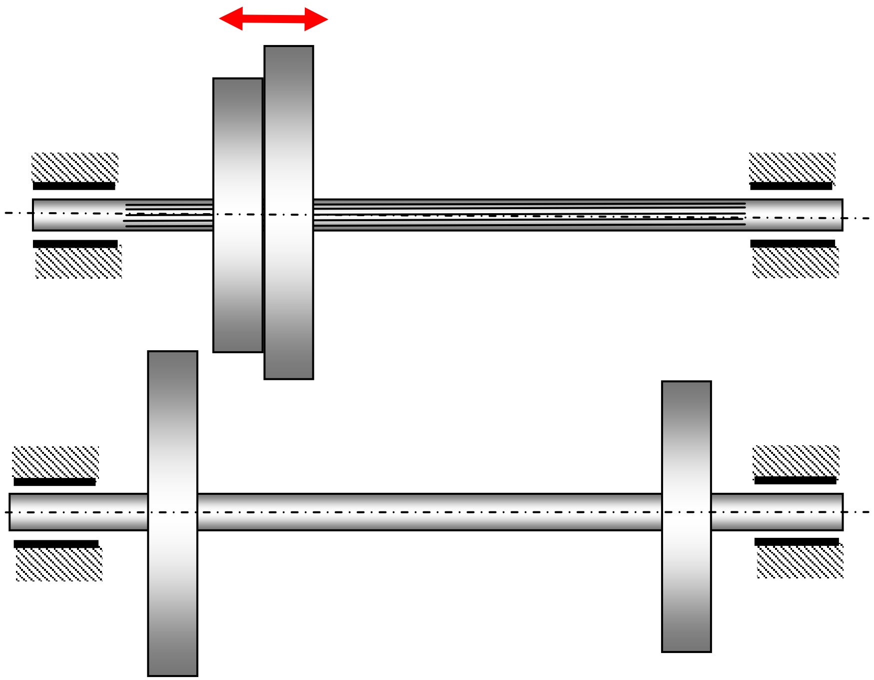
Dientes rectangulares:
acoplamiento en parado.

Dientes triangulares:
Acoplamiento en baja velocidad.



Cambios de marcha

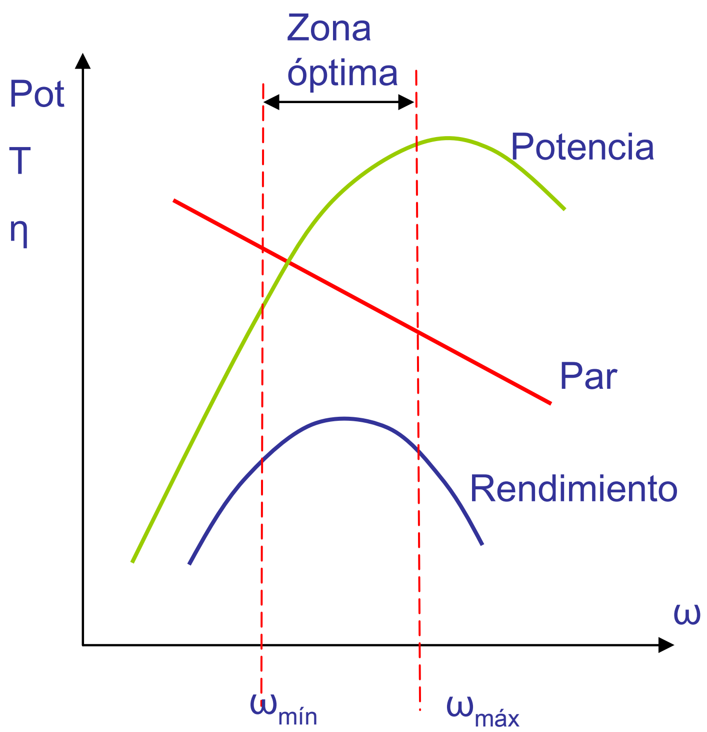
<u>Ruedas desplazables:</u> Las ruedas montadas en uno de los ejes son fijas a éste (giran con el eje y no pueden desplazarse axialmente), mientras que en el otro eje puede desplazarse axialmente y giran solidariamente con su eje.

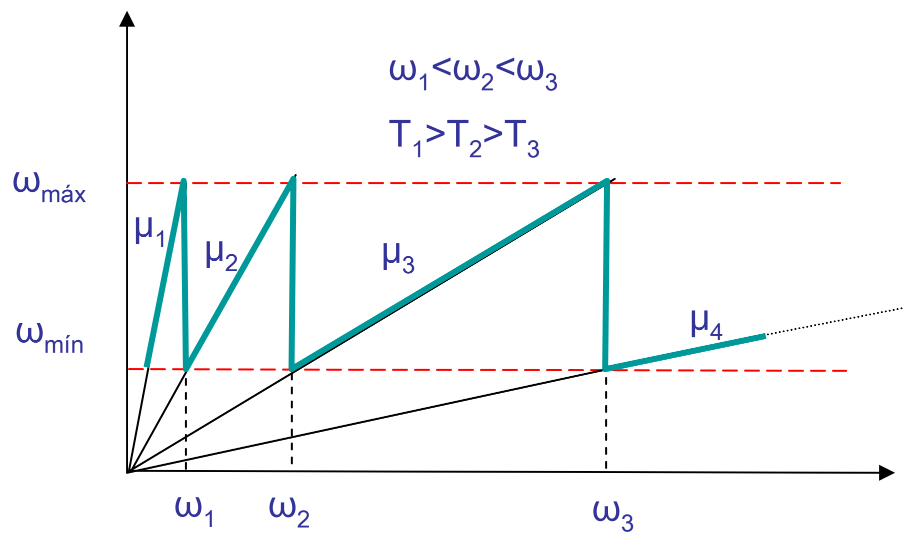


Universidad de Cantabria
Departamento de Ing. Estructural y Mecánica

Cambios de marcha

Ejemplo: Cambios de marcha en el automóvil.





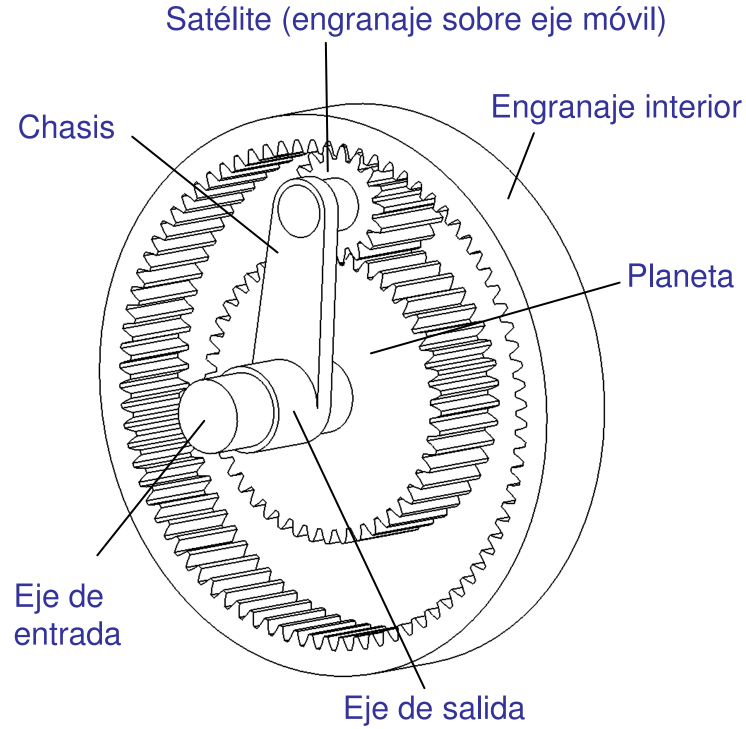
Capítulo VI: Tema 4
Trenes de engranajes

4. Trenes epicicloidales.
    1. Clasificación de los trenes epicicloidales.
    2. Obtención de relaciones de transmisión mediante trenes epicicloidales.
        1. Solución de Pecqueur.
        2. Solución de Müdge.

Trenes epicicloidales

Los trenes epicicloidales, también conocidos como planetarios, son aquellos en los que uno o varios de los ejes que contienen las ruedas de engranajes son móviles.

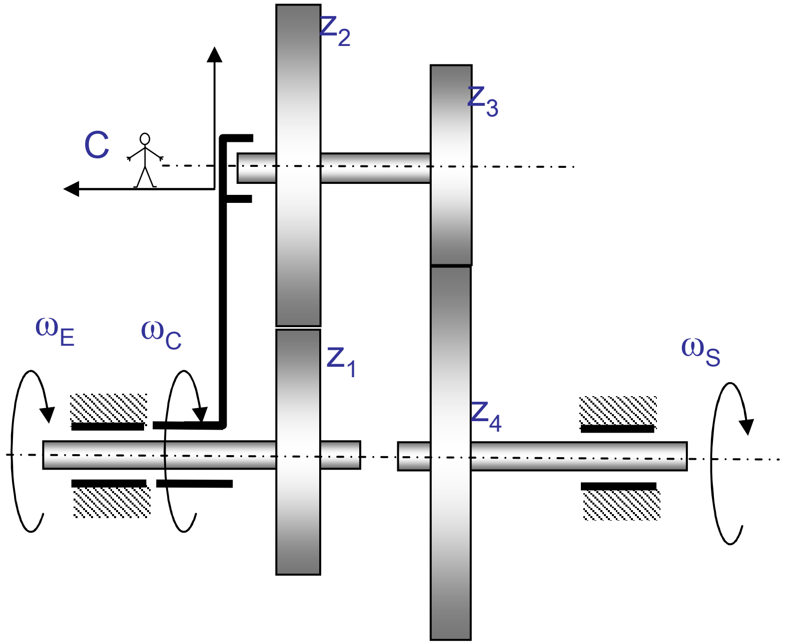
El objetivo fundamental de los trenes de engranajes epicicloidales es obtener relaciones de transmisión que no se obtienen con los trenes ordinarios.



Trenes epicicloidales

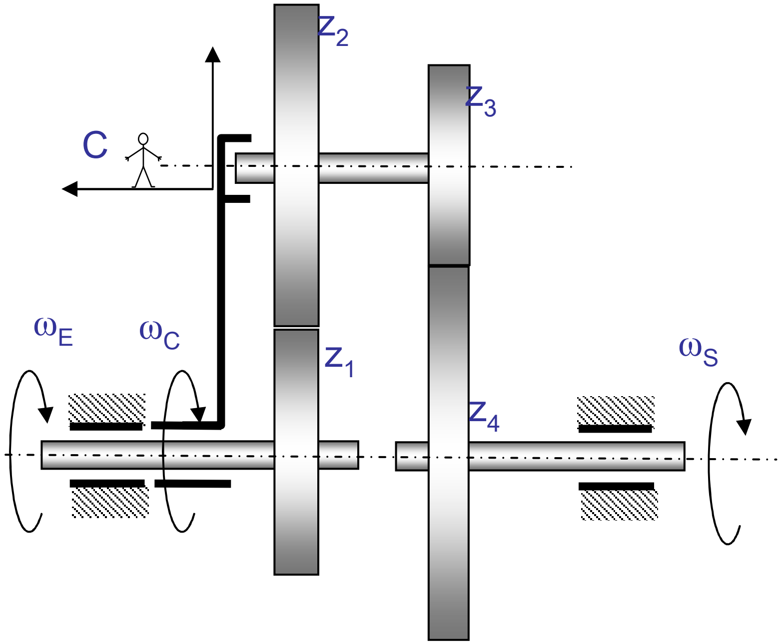
$$G = 3(N-1) - 2P_I - P_{II}$$

$$\left.\begin{aligned} N &= 5 \\ P_I &= 4 \\ P_{II} &= 2 \end{aligned}\right\} \quad G = 3(5-1) - 2\cdot 4 - 2 = 2$$



Los trenes epicicloidales son mecanismos diferenciales donde es necesario definir dos elementos de entrada.

Trenes epicicloidales



Relación de transmisión aparente: es la relación de transmisión para el observador situado en el chasis:

$$\mu_a = \frac{\omega_{SC}}{\omega_{EC}} = \frac{\omega_S - \omega_C}{\omega_E - \omega_C} = \pm \frac{\prod z_{conductoras}}{\prod z_{conducidas}}$$

$$\mu_a \omega_E + \omega_C (1 - \mu_a) = \omega_S$$

$$\boxed{\mu = \frac{\omega_S}{\omega_E} = \mu_a + \frac{\omega_C}{\omega_E}(1 - \mu_a)}$$

Fórmula de Willis

$$\boxed{\mu = \frac{\omega_C}{\omega_E} = \frac{1}{1 - \mu_a} + (\frac{\omega_S}{\omega_E} - \mu_a)}$$

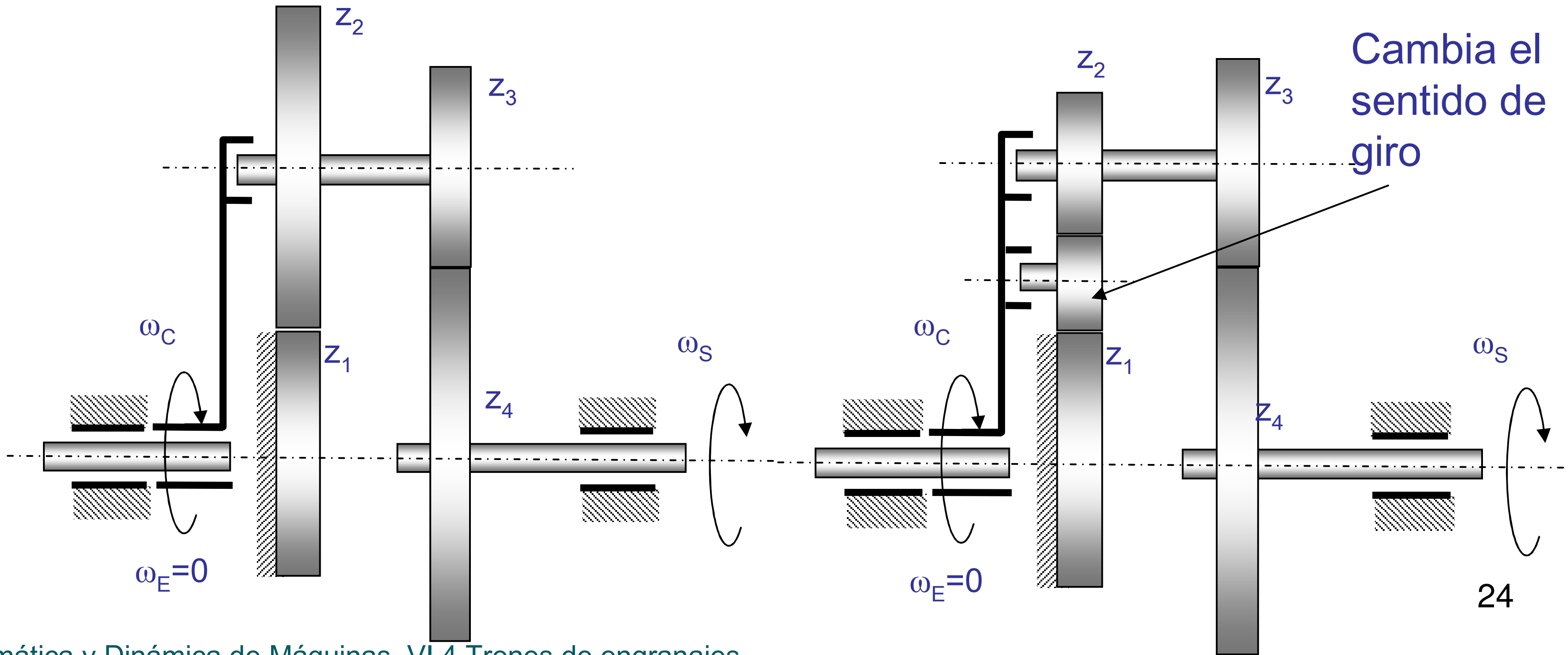
Clasificación de los trenes epicicloidales

- TRENES EPICICLOIDALES
  - SIMPLES
  - DE BALANCÍN
  - DIFERENCIALES

Clasificación de los trenes epicicloidales

<u>Tren simple:</u> se dice que un tren epicicloidal es simple cuando la primera rueda es fija ($\omega_E = 0$). Es decir,

$$\mu_a = \frac{\omega_S - \omega_C}{0 - \omega_C} \qquad \boxed{\mu = \frac{\omega_S}{\omega_C} = 1 - \mu_a}$$



Clasificación de los trenes epicicloidales

$$\boxed{\mu = \frac{\omega_S}{\omega_C} = 1 - \mu_a}$$

$\mu_a < 0; \quad \dfrac{\omega_S}{\omega_C} > 1$ → Aumento de la velocidad con el mismo signo

$0 < \mu_a \leq 1; \quad 0 \leq \dfrac{\omega_S}{\omega_C} < 1$ → Reducción de la velocidad con el mismo signo

$1 < \mu_a \leq 2; \quad -1 \leq \dfrac{\omega_S}{\omega_C} < 0$ → Reducción de la velocidad con signo contrario

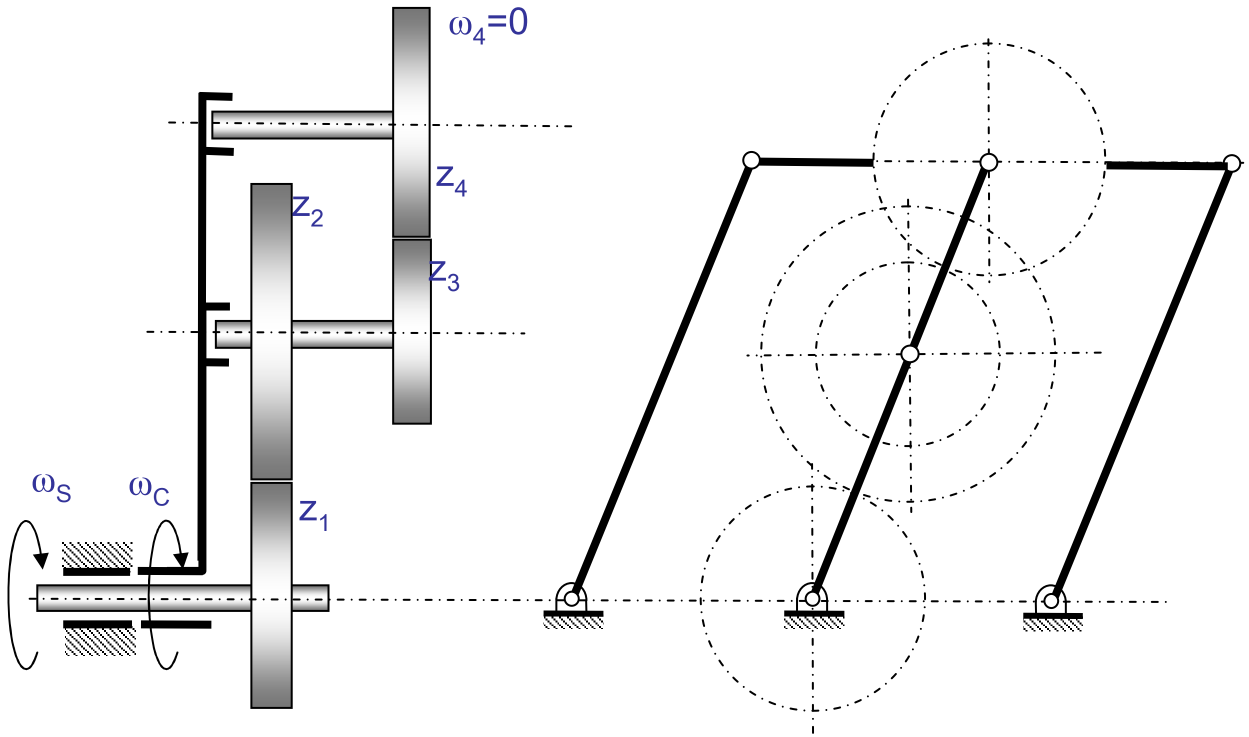
$\mu_a > 2;$ → Aumento de velocidad con signo contrario

Clasificación de los trenes epicicloidales

<u>Tren de balancín:</u> se dice que un tren epicicloidal es de balancín cuando la última rueda no gira, solo se traslada (ω_4 = 0). Es decir,

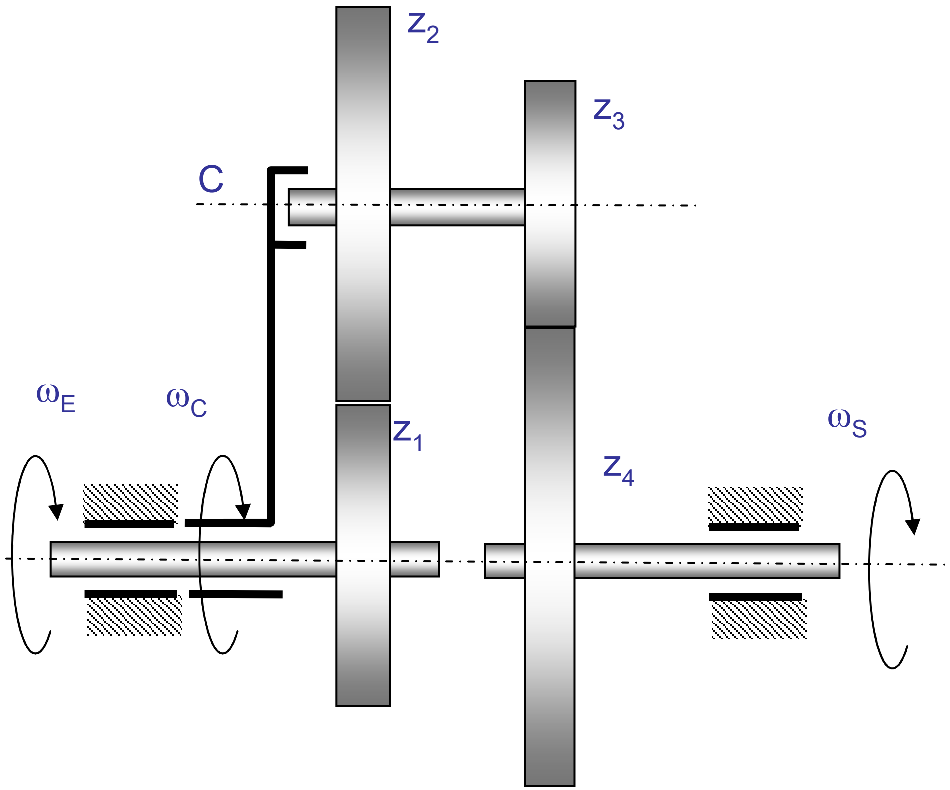
$$\mu_a = \frac{\omega_S - \omega_C}{0 - \omega_C}$$

$$\boxed{\mu = \frac{\omega_S}{\omega_C} = 1 - \mu_a}$$



Clasificación de los trenes epicicloidales

<u>Trenes diferenciales:</u> son trenes epicicloidales que tienen sus tres velocidades angulares distintas de cero (ω_S, ω_E y ω_C).



Obtención de relaciones de transmisión mediante trenes epicicloidales

Los trenes epicicloidales se utilizan cuando uno de los términos, o los dos, de la relación de transmisión son números primos superiores al número máximo de dientes. En este caso no puede realizarse con trenes ordinarios.

Industrialmente puede resolverse este problema con trenes ordinarios consiguiendo una relación de transmisión aproximada, pero en mecánica de precisión esto puede no ser aceptable.

Existen diferentes alternativas para obtener estas relaciones de transmisión. Aquí se presentan dos:

- Solución de Pecqueur.
- Solución de Müdge

Solución de Pecqueur

$$\mu_a = \frac{\omega_S - \omega_C}{-\omega_C} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$$

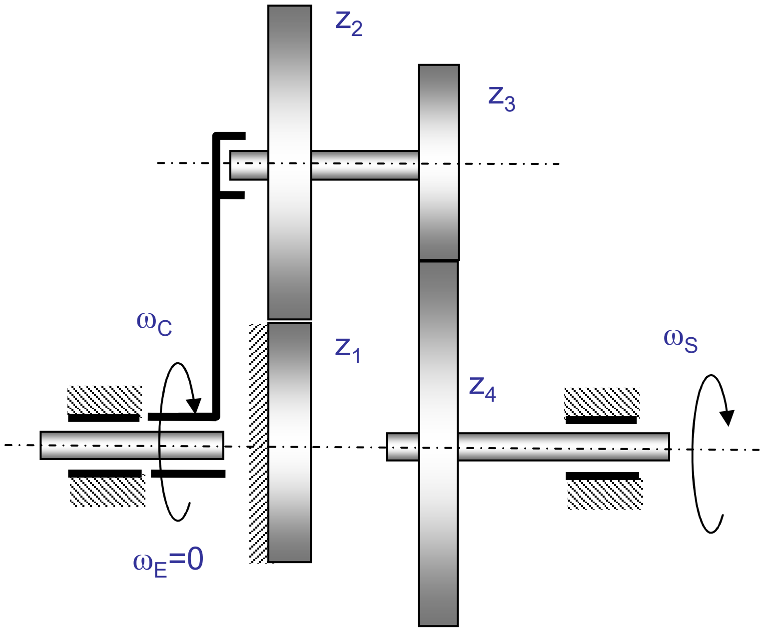
$$\mu = \frac{\omega_S}{\omega_C} = 1 - \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} = \frac{z_2 z_4 - z_1 z_3}{z_2 z_4}$$

$$\mu = \frac{A}{B} \qquad \begin{cases} A > z_{max} \\ B = b_1 b_2 < z_{max} \end{cases}$$

$$\mu = \frac{A}{b_1 b_2} = \frac{z_2 z_4 - z_1 z_3}{z_2 z_4}$$

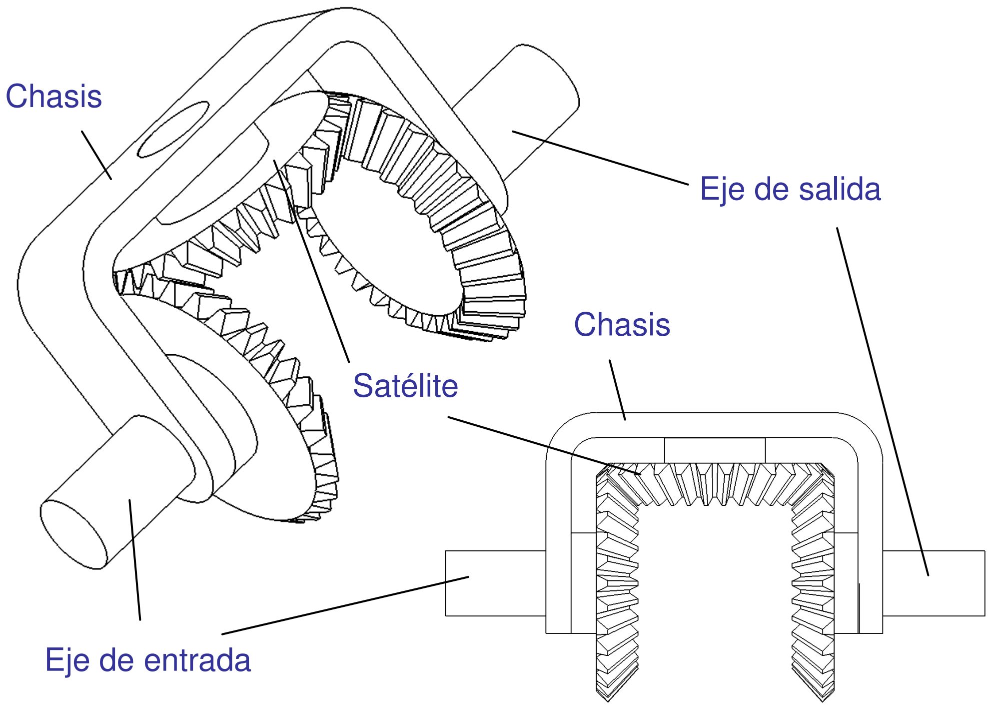
$$z_2 z_4 = b_1 b_2$$

$$z_1 z_3 = A - b_1 b_2$$



Solución de Müdge

La solución de Müdge se basa en la utilización del tren de engranajes diferencial formado por engranajes cónicos.



Solución de Müdge

$$\mu = \frac{A}{B} \qquad \begin{cases} A = \text{primo} \\ B = a\ b\ c \end{cases}$$

$$A = ax + by$$

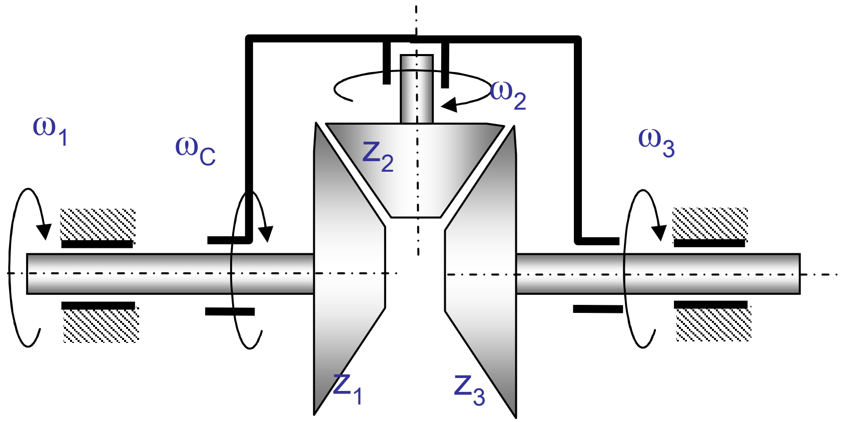
$x, y:$ Números enteros

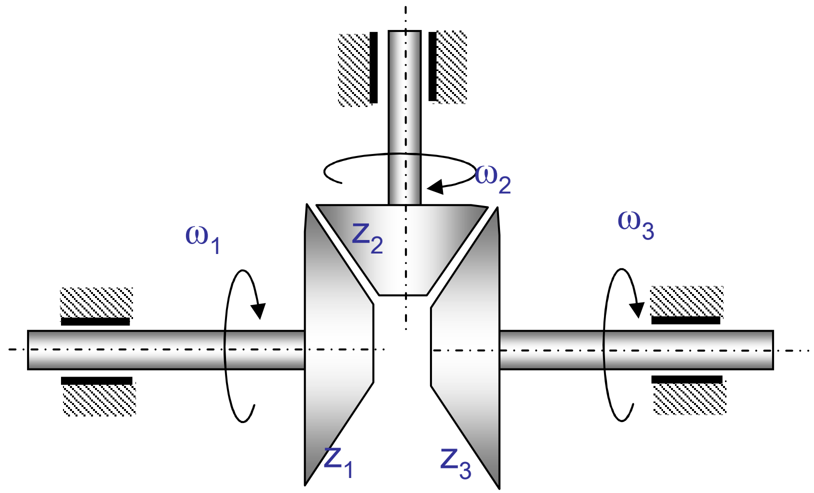
$$\mu = \frac{ax + by}{a\ b\ c}$$

$$\mu = \frac{\omega_C}{\omega_E}$$

Relación de transmisión aparente:

$$\mu_a = \frac{\omega_{3C}}{\omega_{1C}} = \frac{\omega_3 - \omega_C}{\omega_1 - \omega_C} = -\frac{z_1}{z_3} = -1$$

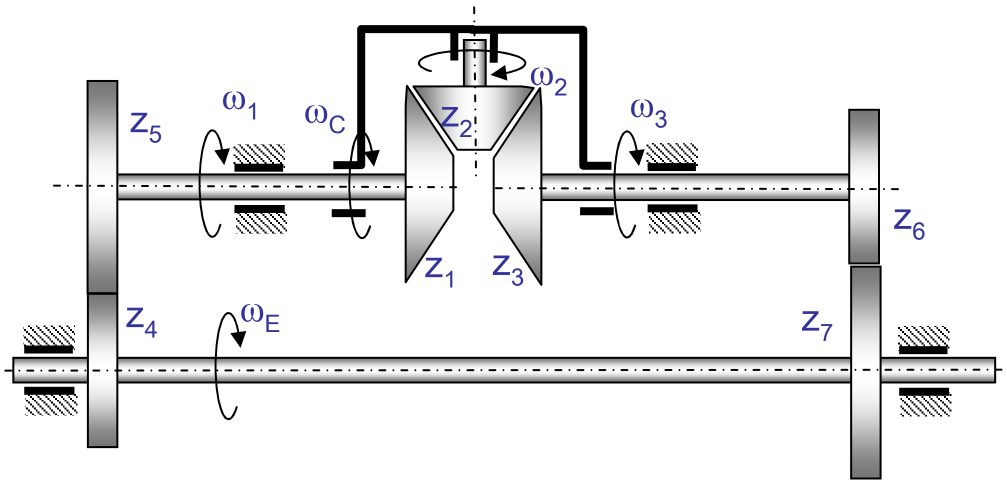




Solución de Müdge

$$\left.\begin{aligned}\omega_E z_4 &= -\omega_1 z_5\\ \omega_E z_7 &= -\omega_3 z_6\end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}\omega_1 &= -\omega_E \frac{z_4}{z_5}\\ \omega_2 &= -\omega_E \frac{z_7}{z_6}\end{aligned}\right\}$$



$$\frac{-\omega_E \frac{z_7}{z_6} - \omega_C}{-\omega_E \frac{z_4}{z_5} - \omega_C} = -1 \qquad \frac{\frac{z_7}{z_6} + \mu}{\frac{z_4}{z_5} + \mu} = -1$$

$$\frac{z_7}{z_6} + \mu = -\frac{z_4}{z_5} - \mu \qquad \mu = \frac{\omega_C}{\omega_E} = -\frac{1}{2}\left(\frac{z_4}{z_5} + \frac{z_7}{z_6}\right)$$

$$\boxed{\mu = \frac{ax + by}{a\,b\,c} = -\frac{1}{2}\left(\frac{z_4}{z_5} + \frac{z_7}{z_6}\right) = -\frac{1}{2}\left(\frac{2x}{bc} + \frac{2y}{ac}\right)}$$

$$\left.\begin{aligned}z_5 &= bc;\\ z_6 &= ac;\\ z_4 &= 2x;\\ z_7 &= 2y;\\ A &= ax + by;\end{aligned}\right\}$$