Capitulo III

III.2 Métodos analíticos de análisis cinemático

Ejercicios prácticos

Problema de posición

Mecanismo biela-manivela:

Únicamente se considera en este apartado la velocidad y aceleración del elemento 3 y la deslizadera. No se ha incluido el caso de un punto cualquiera. Si fuese necesario obtener la velocidad y aceleración de un punto cualquiera de un elemento del mecanismo se procederá como en el caso anterior en el mecanismo cuadrilátero articulado.

Para el análisis de la posición se parte de la ecuación vectorial de lazo cerrado siguiente.

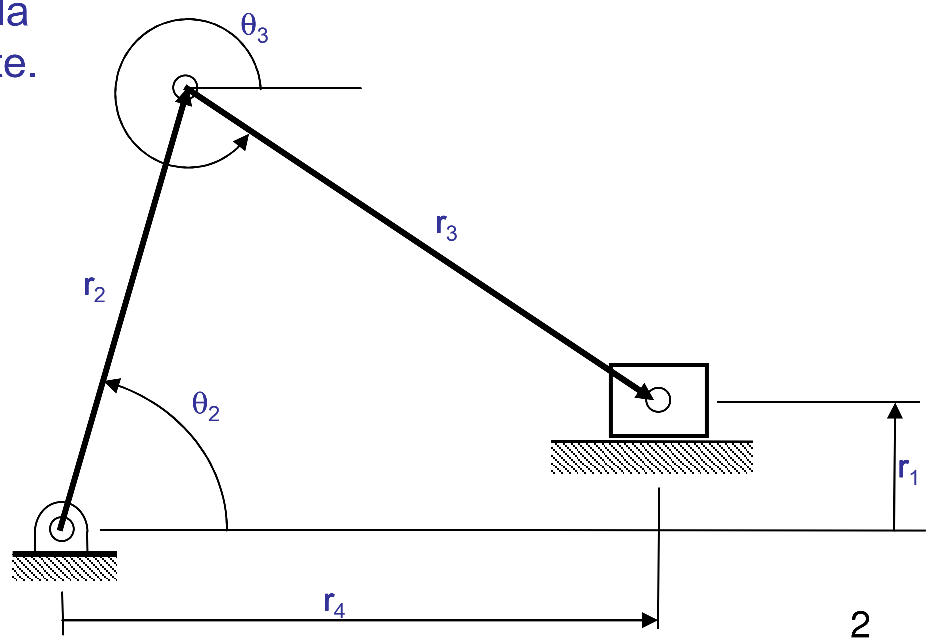
$$\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_4 = \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3$$

$$r_1 e^{i\theta_1} + r_4 e^{i\theta_4} = r_2 e^{i\theta_2} + r_3 e^{i\theta_3}$$

$$\left.\begin{aligned} r_4 &= r_2 \cos\theta_2 + r_3 \cos\theta_3 \\ r_1 &= r_2 sen\theta_2 + r_3 sen\theta_3 \end{aligned}\right\}$$

$$\theta_3 = asen\left(\frac{r_1}{r_3} - \frac{r_2}{r_3} sen\theta_2\right)$$

$$r_4 = r_2 \cos\theta_2 + r_3 \cos\left[asen\left(\frac{r_1}{r_3} - \frac{r_2}{r_3} sen\theta_2\right)\right]$$



Problema de velocidades

Para la obtención de las velocidades se deriva la ecuación de lazo cerrado expresada en forma compleja respecto del tiempo. Es decir,

$$V_4 e^{i\theta_4} = i r_2 \omega_2 e^{i\theta_2} + i r_3 \omega_3 e^{i\theta_3}$$

que separada en parte real e imaginaria produce el siguiente sistema de ecuaciones,

$$V_4 = -r_2 \omega_2 sen\theta_2 - r_3 \omega_3 sen\theta_3$$
$$0 = r_2 \omega_2 \cos\theta_2 + r_3 \omega_3 \cos\theta_3$$

Su resolución conduce a,

$$\omega_3 = \frac{-r_2 \omega_2 \cos\theta_2}{r_3 \cos\theta_3}$$

$$V_4 = -r_2 \omega_2 sen\theta_2 + r_2 \omega_2 \cos\theta_2 \tan\theta_3$$

que son las velocidades del mecanismo en función de la velocidad de entrada.

Problema de aceleraciones

De nuevo se toma la ecuación de lazo cerrado expresada en forma compleja y se deriva esta vez dos veces respecto del tiempo obteniendo la siguiente expresión,

$$A_4 e^{i\theta_4} = -r_2\omega_2^2 e^{i\theta_2} + ir_2\alpha_2 e^{i\theta_2} - r_3\omega_3^2 e^{i\theta_3} + ir_3\alpha_3 e^{i\theta_3}$$

Expresando es expresión compleja en forma algebraica produce,

$$\left.\begin{aligned} A_4 &= -r_2\omega_2^2\cos\theta_2 - r_2\alpha_2 sen\theta_2 - r_3\omega_3^2\cos\theta_3 - r_3\alpha_3 sen\theta_3 \\ 0 &= -r_2\omega_2^2 sen\theta_2 + r_2\alpha_2\cos\theta_2 - r_3\omega_3^2 sen\theta_3 + r_3\alpha_3\cos\theta_3 \end{aligned}\right\}$$

que es un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas cuya solución produce,

$$\alpha_3 = \frac{r_2\omega_2^2 sen\theta_2 - r_2\alpha_2\cos\theta_2 + r_3\omega_3^2 sen\theta_3}{r_3\cos\theta_3}$$

$$A_4 = -r_2\omega_2^2\cos\theta_2 - r_2\alpha_2 sen\theta_2 - r_3\omega_3^2\cos\theta_3 - (r_2\omega_2^2 sen\theta_2 - r_2\alpha_2\cos\theta_2 + r_3\omega_3^2 sen\theta_3)\tan\theta_3$$

Con lo que queda resuelto el problema de aceleraciones.