

EJERCICIOS PROPUESTOS

TEMA 2 FUNCIÓN REAL DE VARIABLE REAL

CÁLCULO 2012-2013

1. Determinar el dominio de definición de las siguientes funciones:

(a) $y = \sqrt{4 - x^2}$

(b) $f(x) = \frac{2x}{x^2 - 3}$

(c) $y = \ln(3x - 6)$

(d) $h(x) = \frac{2}{\sqrt{x+1}}$

(e) $m(x) = \text{sen}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

2. Estudiar si $f(x) = |x|$ es inyectiva, sobreyectiva y biyectiva en los siguientes casos:

(a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

(b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

(c) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

(d) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$

3. Estudiar si $f(x)$ es inyectiva, sobreyectiva y biyectiva en todo su dominio $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

(a) $f(x) = \begin{cases} 6x - x^2 & ; x \geq 3 \\ |3x| & ; x < 3 \end{cases}$

(b) $f(x) = |3x + 2| + 1$

4. Representa las siguientes funciones

(a) $f(x) = \frac{x}{|x|}$

(b) $f(x) = x|x|$

(c) $f(x) = |x - 3|$

5. Calcular las funciones inversas de

$$y = \ln\sqrt{x}, \quad y = \sqrt{\ln x}, \quad y = \sqrt{\frac{1}{\ln x}}, \quad y = \sqrt{\ln\left(\frac{1}{x}\right)}$$

6. Calcular la función explícita de: $x^2 - 2xy + y^2 - 25 = 0$

7. Dadas $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = \sqrt{x+3}$, hallar $f \circ g$ y $g \circ f$. Determinar los dominios respectivos.

8. Determinar si la función que se da es par, impar o ninguna de las dos:

(a) $f(x) = 5x^2 - 4$

(b) $g(x) = x^3 + 1$

(c) $h(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$

(d) $i(x) = \frac{4x^2 - 5}{2x^3 + x}$

(e) $j(x) = \frac{|x|}{x^2 + 1}$

9. Sea $f(x) = \frac{1}{x+1}$ y $g(x) = \frac{1-x}{x}$. Mostrar que f y g son funciones inversas.

10. Sea $f(x) = 2x - 3$, definir las siguientes funciones y determinar el dominio de la función resultante.

(a) $f(x^2)$

(b) $[f(x)]^2$

(c) $(f \circ f)(x)$

11. Dadas las funciones $f(x) = \frac{x^2}{3}$, $g(x) = x + 1$. Calcular $(f \circ g)(x)$, $(g \circ g \circ f)(x)$