EJERCICIOS PROPUESTOS

TEMA 4 FUNCIONES DERIVABLES

CÁLCULO 2012-2013

1. Calcula los siguientes límites haciendo uso, cuando se pueda, de la regla de L'Hôpital

   (a) $lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{sen2x}$ (Sol=1/2)

   (b) $lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^2+x}$ (Sol=+∞)

   (c) $lim_{x\to\infty}xln\frac{x-1}{x+1}$ (Sol=-2)

   (d) $lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{senx}\right)$ (Sol=0)

   (e) $lim_{x\to 0}\left(cosx\right)^{\frac{1}{x^2}}$ (Sol=$e^{-1/2}$)

   (f) $lim_{x\to 0}x^{tanx}$ (Sol=1)

   (g) $lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{sen^2x}-\frac{1}{1-cosx}\right)$ (Sol=-∞)

   (h) $lim_{x\to\infty}\left(\frac{2}{\pi}arctg(x)\right)^x$(Sol=$e^{-2/\pi}$)

   (i) $lim_{x\to 0}\frac{e^{senx}-x-1}{2x^2-x^3}$ (Sol=1/4)

   (j) $lim_{x\to 0}\left[\frac{-tagx}{\left(1-cos\frac{x}{2}\right)}\right]$ (Sol=-∞)

   (k) $lim_{x\to 0}\left[\frac{x^2sen\left(\frac{1}{x}\right)}{senx}\right]$ (Sol=0)

   (l) $lim_{x\to 0}\left[\frac{x-senx}{x^3}\right]$ (Sol=1/6)

   (m) $lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{1+e^{\frac{1}{x}}}\right]$ (No existe)

2. Dada la función $y=1-\sqrt[3]{(x-1)^2}$. Contestar a las siguientes preguntas: *(Solución en los apuntes ejercicio 1)*

   (a) Hallar y(0) e y(2)

   (b) ¿Es continua en [0,2]?

   (c) ¿Es derivable en (0,2)?

   (d) ¿Cumple el Teorema de Rolle? Explicar.

3. Estudiar si se puede aplicar el teorema de Rolle a la función $y=\frac{x^2-4x}{x+2}$ en el intervalo [0,4]. *(Solución en los apuntes ejercicio 2)*

4. Estudiar si se puede aplicar el teorema de Rollle en las siguientes funciones. *(Solución en los apuntes ejercicio 3)*

   (a) $y=\frac{1+|x|}{1-|x|}$ en el intervalo $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$

   (b) $y=(x-2)arctg\frac{1}{x-2}$ en el intervalo [1,3]

5. Sean las funciones $f(x)=x^2$, $g(x)=x^3$; definidas en [-1,1], demostrar que no se puede aplicar el teorema de Cauchy. *(Solución en los apuntes ejercicio 14)*

6. Dada la función $f(x)=x^2-2x$ definida en el intervalo [0,1]. Aplicar el teorema de los incrementos finitos. *(Solución en los apuntes ejercicio 15)*

7. Aplicando el teorema de los incrementos finitos, calcular aproximadamente $\sqrt[3]{9}$. *(Solución en los apuntes ejercicio 16)*

8. Demostrar la desigualdad $arcsen(x)<\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$;0<x<1. *(Solución en los apuntes ejercicio 18)*

9. Sea la función $f(x)=4+\sqrt[3]{x^8}$ en el intervalo [-1,1]. Comprobar si es aplicable el teorema de Rolle a f(x) en dicho intervalo. *(Solución en los apuntes ejercicio 19)*

10. Aplicando el Teorema de Lagrange para los incrementos finitos, demostrar que para x>0 se verifica $arctg(2x)-arctg(x)<\frac{x}{1+x^2}$.

11. Estudia la continuidad y la derivabilidad de la siguiente función en el origen según los valores de n

    $f(x)=x^nCos\frac{1}{x}$ si $x\neq 0$; f(0)=0. (*Solución: Continua para todo n. Derivable para* $n\geq 2$)

12. Dada la función

    $$f(x)=\begin{cases}\frac{senx}{x} & ,x>0\\ |1-x^2| & ,x\leq 0\end{cases}$$

    (a) Indicar el dominio de definición de la función.

(b) Estudiar la continuidad en el dominio. (*Solución: Continua en todo el dominio*)

(c) Estudiar la derivabilidad en x=0 y x=-1. (*Solución: No es derivable en x=-1*)

13. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} |x^2+x| & ,x<0 \\ x\cdot e^{\frac{1}{x}} & ,x\geq 0 \end{cases}$$

(a) Indicar el dominio de definición de la función.

(b) Estudiar la continuidad en el dominio. (*Solución: Discontinuidad de salta infinito en x=0*)

(c) Estudiar la derivabilidad en R. (*Solución: No es derivable en x=-1 y en x=0*).

14. Para la siguiente función indica su dominio, estudia su continuidad y la existencia de la derivada en el origen: $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{x^2+2}$. Halla su máximos y mínimos. (Solución: *Continua en R. No derivable en x=0. Máximo* $\left(-1,\frac{1}{3}\right)$, $\left(1,\frac{1}{3}\right)$. *Mínimo en (0,0).*)