

Examen de Cálculo convocatoria 4-9-2012

Tercera prueba

1. Calcular el volumen del sólido engendrado al girar en torno al eje OX del recinto limitado por la parábola $y^2=x$ y la recta $x-2y=0$ (3 p)

2. Calcular la longitud de la curva C descrita por las ecuaciones $x(t) = 2t - t^2, y(t) = \frac{8}{3}t^{\frac{3}{2}}$, variando el parámetro t de 1 a 3. (3 p)

3. Calcular el área entre las curvas $y = -x^2 + 3x, y = 2x^3 - x^2 - 5x$ (3 p)

4. Calcular las integrales

$\int x^2 \sin 2x \, dx, \int x^2 \sqrt{x^3 + 1} \, dx$ (Cambio variable), $\int \cos^5 x \, dx, \int \frac{3x^2 - 7x + 16}{x^3 - 4x^2 + 8x} \, dx$ (4 p) (tres integrales)

Primera prueba

5.a) Calcular el supremo, ínfimo, máximo y mínimo si existen del intervalo (1, 3) (0.75p)

b) Resolver la desigualdad $x - |x| > 2$ (0.75 p)

c) Calcular dominio e imagen de la función $y = L(x + 2)$ (1. p)

6.a) Comprobar si la función $y = \sqrt{x+1}$ cumple las hipótesis del teorema del valor medio (incrementos finitos) en el intervalo [0, 3]. En caso afirmativo calcular el punto, o puntos, correspondientes a la tesis (1.5 p)

b) Calcular las derivadas a) $y = \frac{2^x}{\log x}, y = \log_2(4^{Lx})$ (1 p)

c) Calcular a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - x - 1}{2x^2 - x^3}$ cuando $x \rightarrow 0$ (1 p), b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$ (infinitésimos equivalentes), c) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x)^x$ (1 p)

7. Dada la función $f(x) = \begin{cases} e^{ax} & x \leq 0 \\ \frac{x^2}{2} + x + 1, & x > 0 \end{cases}$

Calcular el valor de a para que la función sea continua y derivable en $x=0$. (1.5 p)

8. Dada la función $f(x) = \begin{cases} \sin x & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ x - \frac{x^3}{6} & x < 0 \end{cases}$

a) Campo de definición de la función (0.5 p)

b) Para que valores de x es continua la función (0.5 p)

c) Para que valores de x es derivable la función (0.5 p)

Segunda prueba

9.a) Representar la función $\sqrt{1+x}$ en serie de Mac-Laurin hasta el orden 4 (1.75 p)

b) Halla la ecuación del plano tangente a la superficie de ecuación $z=x^2+y^2-2x+y-2$ en el punto P(1,2,3). (2 p)

c) Dada la función: $f(x, y) = 4x^3y^2 - 4x^2 + y^6 + 1$. Calcular la diferencial de f en el punto (1,1) (1.25 p)

10. Dada la función $f(x, y, z) = \frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{z^2}{3}$. Calcular

a) La derivada de f en el punto P(1,2,3) según la dirección dada por el vector $v(2,3,6)$ (1.5 p)

b) Calcular la dirección en la que es máxima la derivada de f en el punto P, calculando el valor de dicha derivada (1 p)

c) Determinar el valor de a, b, c y d para que la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un máximo en (0, 4) y un mínimo en (2, 0). (1.5 p)

d) Determinar dos números no negativos cuya suma sea 10 y cuyo producto tenga el mayor valor posible (1.5 p)

e) Seminario (1 p)