

Calculo. Primera prueba. 11-11-2010

1. a) Calcular los números $x \in \mathbb{R}$ que verifican $\frac{x-20}{2-x} \geq 0$ (0.75 p)

b) Resolver la ecuación $1 + \left|x - \frac{3}{2}\right| \geq 2$ (0.75 p)

c) Determinar cuáles de las siguientes funciones son pares y cuales son impares (0.75 p)

$$f(x) = \frac{\text{sen } x}{x}, \quad h(x) = x^2 + \cos x$$

2. Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^3 \text{sen } \frac{1}{x} & \text{para } x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

a) Demostrar que es continua y derivable para $x=0$ (1 p)

b) Demostrar que $f'(x)$ es continua y no derivable para $x=0$ (1 p)

c) Derivar la función $y = e^{\text{sen } x} L(1-x^2)$ (0.5 p)

3. Calcular

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{Lx} - \frac{1}{x-1} \right)$ Cuando $x \rightarrow 1$ b) $E = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\text{sen } x}}{x - \text{sen } x}$ c) $E = \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$ (1.5 p)

b) Calcular el infinitésimo equivalente a $\sqrt[3]{1+x} - 1$ cuando $x \rightarrow 0$ (0.75 p)

4. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a x & \text{para } x \leq 3 \\ b x + c & x > 3 \end{cases}$$

Determinar los valores a , b y c para que se pueda aplicar el teorema de Rolle en el intervalo $[-1, 7]$ (1.5 p)

5. Dada la función

$$f(x) = |x^2 - 2x - 3|$$

a) Cuales son los dos puntos conflictivos respecto a la derivabilidad (0.5 p)

b) Estudiar la derivabilidad en dichos puntos (0.5 p)

c) Calcular $f'(x)$ (0.5 p)

