

1. Dada la función $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$, definida en el intervalo cerrado $[-1,1]$. Estudiar si cumple el teorema de Rolle

en dicho intervalo (0.75 p)

2. Calcular las derivadas de las siguientes funciones (1 p)

$$y = (\operatorname{sen} x)^{\cos x}, \quad y = \frac{2^x}{Lx}$$

3. Dada la función $y = \frac{1-x^2}{x^2}$. Calcular

a) Dominio, simetrías y puntos de corte con los ejes

b) Crecimiento y decrecimiento y extremos

c) Asintotas y representación gráfica (1.5 p)

4. Calcular $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt[3]{x}}$, $x \rightarrow 1$, b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\operatorname{sen} 2x)}{\log(\operatorname{sen} x)}$ (1 p)

5. Calcular $\int \frac{x^2 + 4x - 23}{(x^2 + 4)(x + 3)} dx$ $I = \int_0^{\infty} \frac{x^4 dx}{(1+x^3)^2}$ (1.5 p)

6. Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2-x & -5 \leq x < 2 \\ x-2 & 2 \leq x < 5 \end{cases}$

a) Estudiar la continuidad de la función en el intervalo $[-5, 5]$ (0.5 p)

b) Estudiar la derivabilidad de la función en dicho intervalo (0.5 p)

7. Desarrollar en serie de potencias por Mac-Laurin a) $f(x) = \sqrt{9+x}$ b) $f(x) = \frac{1}{1+4x}$ (1.5 p)

8. Enunciar el teorema de Cauchy y aplicarlo a las funciones $f(x) = x^2$, $g(x) = x^3 + x$, en el intervalo $(-1,1)$ (0.75 p)

9. Dadas las funciones $f(x) = \operatorname{sen} x$, $g(x) = 1 - x^2$

a) Construir la función compuesta $g \circ f$

b) Construir la función compuesta $f \circ g$

c) ¿Se verifica la propiedad conmutativa respecto a la operación composición de funciones? (1 p)

10. Estudiar si las funciones son pares o impares

$$f(x) = \frac{1}{3x^3 - 4}, \quad g(x) = x^3 + x, \quad h(x) = |x| \quad (1p)$$

Nota: Elegir uno de los dos problemas o el problema número 9 o el problema número 10