CURSO 2006/2007

E.U.I.T. Minas. Cálculo.

- **Primera Prueba 14 -11-2006**
- **Segunda Prueba 19-12-2006**
- **Tercera Prueba 25-1-2007**
- **Examen Final 1-2-2007**
- **Examen Septiembre 4-9-2007**

- **E.U.I.T.Minas.Calculo– Primer curso. Primera Prueba -14 -11-2006**

1. a) Dada la funcion $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2}$, definida en el intervalo [-1,1]. Estudiar razonadamente si cumple el teorema de Rolle (1 p)

b) Calcular la derivada $y = \frac{2^x}{L\,x}$ (0.75 p)

c) Estudiar la funcion y = Ch x (0.75 p)

---

2. Dada la funcion

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & , \ x \in [-2,0) \\ \sqrt{x} & , \ x \in [0\ ,1] \\ x^2 - 4 & , \ x \in (1,3) \end{cases}$$

Estudiar la continuidad y derivabilidad en x = 0, x = 1, x = 2 (2.5 p)

---

3. Calcular los siguientes límites

$$\lim_{x \to 0^+} x^x \quad , \quad \lim_{x \to 0} \sqrt[x]{x + \cos x} \quad , \quad \lim_{x \to 1} [L\ x\ .\ L(x-1)] \qquad (2\ p)$$

---

4. Calcular los infinitésimos equivalentes

$$\lim_{x \to 1} \frac{1-x}{1-\sqrt[3]{x}} \qquad \lim_{x \to 0} \frac{e^x(1-\cos x)}{(\operatorname{sen} x \cos x)^2} \qquad (1.5\ p)$$

b) Enunciar el teorema de Bolzano (0. 75 p)

c) Sin usar calculadoras, calcular el valor aproximado de $\sqrt{2}$ (0.75 p)

E.U.I.T.Minas.Calculo – Primer curso. Segunda Prueba -19-I2-2006

1. Estudiar y representar graficamenete la funcion $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2x}$ (3 p)

2. Estudiar y representar graficamenete la funcion $y = \frac{L\,x}{x}$ (3 p)

3. Hallar el polinomio de MacLaurin de orden cuatro de la funcion $\sqrt{1+x}$ (1.75 p)

4. Calcular un polinomio de MacLaurin de cuarto orden de la funcion $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$ (1.75 p)

5. Calcular los coeficientes a, b y c de la parábola $y = a\,x^2 + b\,x + c$ para que pase por el punto (-2, -5) y tenga un mínimo en el punto (5, 8). (1.5 p)

6. Calcular los extremos absolutos de la funcion $f(x) = 4 - |x-3|$ en el intervalo [0,4] (2 p)

E.U.I.T.Minas.Calculo – Primer curso. Tercera Prueba -25-I-2007

1. Calcular $\int_2^5 \frac{(x-2)^3}{\sqrt{5-x}}dx$ mediante el cambio de variable x =3 t + 2 se transforma en una $\beta(p,q)$

2. Calcular $\int \cos^5 x\, dx$

3. Calcular $\int \frac{x^3+3x-5}{x^2+2x+5}dx$

4. Integrando por partes: Calcular $\int L(x^2+1)dx$

E.U.I.T.Minas.Calculo – Primer curso. Examen Final - 1-2-2007

Primera prueba

1. Calcular los siguientes límites utilizando infinitésimos equivalentes para el tercero

$$a)\lim_{x \to 0} \operatorname{sen} x \, . e^{\frac{1}{1-\cos x}} \quad , \quad b)\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x - x \cos x}{x(1-\cos x)} \qquad c) \quad \lim_{x\to 0} \frac{x \operatorname{arco\,tang} \frac{x}{2}}{\cos x (\operatorname{sen} 2x)^2}$$

2. Aplicar el teorema de Lagrange o de los incremento finitos si se puede en el intervalo [0,1] a la funcion

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - x + 1$$

3. Dada la funcion

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & x \le 0 \\ x & 0 < x \le 2 \\ 3x - x^2 & x > 2 \end{cases}$$

Estudiar la continuidad y derivabilidad en x = 0 y x = 2

4. a) Calcular las derivadas $y = \operatorname{arco\,sen} e^x$, $y = L^2(1+x)$

b) Aplicar el teorema de Rolle a la funcion $f(x) = |x-2|$ Intervalo [1,3]

Segunda prueba

5. Estudiar y representar la funcion $y = \dfrac{x^2}{x^2+1}$

6. a) Hallar el polinomio de MacLaurin de orden cuatro de la funcion $\sqrt[4]{1+x}$ (1.75 p)

b) Estudiar y representar la funcion $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & x < 1 \\ 2x-1 \ , & x \ge 1 \end{cases}$

7. Calcular a, b y c para que la funcion $y = x^3 + a x^2 + bx + c$ alcance en (1,0) una máximo relativo y tenga en x = 2 un punto de inflexión

Tercera Prueba

8. Calcular las integrales $\displaystyle\int \frac{2x^2 + 2x - 2}{x(x^2+2)} dx$, $\displaystyle\int \frac{x^{\frac{1}{2}}}{4 + x^{\frac{1}{3}}} dx$

9. Mediante el cambio $x = \dfrac{3}{t}$, Calcular la integral $\displaystyle\int_3^{\infty} \frac{dx}{x^3 \sqrt[3]{x-3}}$

10. Porque no es cierto el resultado $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{1}{x^2} dx = \left[\frac{-1}{x}\right]_{-1}^{1} = -1 - 1 = -2$

E.U.I.T.Minas.Calculo – Primer curso. Examen Septiembre - 4-9-2007

Primera prueba

1. Calcular los siguientes límites utilizando L' Hopital los dos primeros y infinitésimos equivalentes el tercero

$$a)\lim_{x\to 0} \frac{x^2-2(1-\cos x)}{x^2(1-\cos x)}, \quad b)\lim_{x\to 0}\left(\sqrt{1-2x}\right)^{\frac{1}{x}} \quad c)\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1}{\sqrt{1+x}-1} \quad (1.5\ p)$$

d) Razonadamente representar la funcion $y = \mathrm{Ch}\, x$

2. Dada la funcion $f(x) = x^2 - 4$. Estudiar si se cumplen las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[-2,6]$. En caso afirmativo calcular un punto correspondiente a la tesis (1 p)

3. a) Estudiar la continuidad derivabilidad de la funcion en x =1 (1.5 p)

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \le 1 \\ -x^2+2 & x > 1 \end{cases}$$

b) Calcular las derivadas de $y = (\tan g\, x)^{2x}$, $y = \mathrm{arcotang}\left(\sqrt{1+x^2}\right)$

c) Aplicar el teorema de Bolzano a la funcion $f(x) = x^3 - 10$

Segunda prueba

4. Calcular los máximos y mínimos absolutos de la funcion $f(x) = |x-3|$ en $[0,4]$ (0.75 p)

5. Representar la funcion $y = \dfrac{1}{(x-4)(x+4)}$ (1.25)

6. Hallar el polinomio de MacLaurin de orden cuatro de la funcion $\sqrt[3]{1+x}$ (1.p)

7. Calcular los coeficientes a, b y c para que la funcion $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ pase por el origen y posea extremos en $x = -4$ y x =2 (1. p)

Tercera Prueba

8. Calcular las integrales $\displaystyle\int \frac{2x^3+3x^2-7x+14}{x^2+2x-3}\,dx$, $\displaystyle\int \frac{3x^2-7x+16}{x^3-4x^2+8x}\,dx$ (1 p)

9. Mediante el cambio $x = 4t - 2$. Calcular la integral impropia convergente (1p)

$$I = \int_{-2}^{2} \frac{1}{\sqrt[3]{(2-x)(2+x)^2}}\,dx$$

b) Calcular $\displaystyle\int \frac{dx}{\mathrm{sen}\, x + \cos x + 1}$