CURSO 2008/2009

E.U.I.T. Minas. Cálculo.

- **Primera Prueba 27-11-2008**
- **Examen Final 21-1-2009**
- **Examen Repesca 16-2-2009**
- **Examen Septiembre 1-9-2009**

PRIMERA PRUEBA DE CALCULO -27-11-2008

1. a) Calcular la parte principal de los infinitésimos $f(x) = 1 - e^{x^2} + 2x^3$, $g(x) = \operatorname{sen} x + x^2 + L(1+x)$ cuando $x \to 0$ (1.5 p)

b) Como consecuencia de lo anterior calcular $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1 - e^{x^2} + 2x^3}{\operatorname{sen} x + x^2 + L(1+x)}$ (0.5 p)

2.a) Estudiar la continuidad en el origen y en todo el campo real de la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}\left(\frac{1}{x}\right)}{1+e^{x}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ (1p)

b) Calcular el valor de a para que sea continua en x=2 la función $g(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3 & x \neq 2 \\ 2a - 3 & x = 2 \end{cases}$ (0.75 p)

---

3. Calcular las integrales

$$a)\int \frac{1-\sqrt{3x+2}}{1+\sqrt{3x+2}}dx \quad ,b)\int \operatorname{sen}^3 x \cos^4 x\, dx \quad ,c)\int \frac{x^6-2}{x^4+x^2}dx \quad ,d)\int x\,(Lx)^2 dx \quad (3.25\ p)$$

4.a) Estudiar la paridad de la función $f(x) = x - x^2$ (0.5 p)

b) Representar y estudiar la paridad de la función $f(x) = \dfrac{|x|}{x}$ (0.5 p)

c) Calcular el dominio de definición de la función $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-25}}{x-6}$ (0.75 p)

e) Escribe un numero racional que sea fracción decimal periódica mixta (0.25 p)

d) Calcular la función reciproca o inversa de $y = \sqrt[3]{x-1}$. (0.5 p)

f) Clasificar los números $\pi, \dfrac{3}{4}, e, \sqrt{2}$ (0.5 p)

g) Definir el Coseno hiperbólico de x y representar la función (0.5 p)

Nota: ejercicio **4**: Elegir el apartado **d**), o el **g**)

EXAMEN FINAL DE CÁLCULO -29-I-2009

1. a)¿ Como calcularías $\sqrt{3}$ **(0.25 p)**

b) Clasificar los números $\pi, \frac{3}{4}, e, \sqrt{2}$ **(0.25p)**

c) Definir intervalo abierto e intervalo cerrado **(0.25p)**

d) Breve estudio de la función Seno Hiperbólico de x y representar la función **(0.25p)**

2. Razona si son ciertas

a) Si f es continua en [a, b], es acotada es [a, b] **(0.4 p)**

b) Si f es acotada en [a, b], es continua en [a, b] **(0.4 p)**

c) Enunciar el teorema de Bolzano **(0.4 p)**

d) Explicar porque la función $f(x) = x^3 - 10$ se anula en un punto del intervalo [2, 3] **(0.8 p)**

3. a) Calcular el valor de a para que la función sea continua en x=3 **(1 p)**

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{a-2}{x+3} & x < 3 \\ 2x & x \geq 3 \end{cases}$$

b) Estudiar las discontinuidades de $f(x) = \dfrac{x^3 - 3x}{x^3 - 5x^2 + 6x}$ indicando si alguna es evitable **(1 p)**

4. Estudiar la continuidad de la función en x=0 $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1 + 2^{\frac{1}{x}}} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ **(1. p)**

5.Calcular el limite utilizando infinitésimos equivalentes

a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1-x}{1 - \sqrt[3]{x}}$ **(1.25 p)**

6. Calcular las integrales

$\int \dfrac{3x^2 - 7x + 16}{x^3 - 4x^2 + 8x} dx$, $\int \dfrac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\operatorname{sen}^2 x \cos^3 x} dx$, $\int x^5 \operatorname{sen} x^3 dx$, $\int \sqrt{4 - x^2} dx$ (Elegir tres integrales) **(3 p)**

Segunda Prueba

1. Estudiar y representar gráficamente la función y=$\dfrac{x^3}{x^2 - 1}$ **(2.25 p)**

2. Enunciar el teorema de Rolle.Estudiar si la función f(x)=x^2-4 x cumple las condiciones del teorema de Rolle el intervalo [-2,6] .En caso afirmativo determinar el valor de α **(1.5 p)**

3. Estudiar si la función $f(x) = x^2 - 2x + 1$,cumple las hipótesis en el intervalo [0,6] el teorema de los incrementos finitos. En caso afirmativo determinar el valor de α **(1.5p)**

4. a) Calcular el desarrollo en serie de potencias hasta el termino de orden ocho de la función $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ **(0.75p)**

b) Calcular el desarrollo en serie de potencias hasta el término de orden ocho de la función $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ **(1 p)**

c) Calcular el valor de sen 0.2 aproximando con un polinomio de grado 3 (utilizar el desarrollo en serie de potencias del seno x. Calcular una cota del error cometido con una calculadora **(1 p)**

5. Dada la función $f(x) = \left| x^2 - 4 \right|$. Estudiar su derivabilidad en x=2 y en los restantes puntos **(1.25 p)**

6. Calcular las derivadas de $a) y = x^{\operatorname{sen} x}$, $b) y = \sqrt[3]{\operatorname{arco} \sin(1-x)}$, c) y=arco Tang $\sqrt{x}$ (Elegir dos derivadas) **(0.75 p)**

EXAMEN DE REPESCA DE CÁLCULO -16-II-2009

Primera Prueba

1. a)¿ Como calcularías $\sqrt{6}$ **(0.4 p)**

b) Definir función acotada superiormente en un intervalo [a,b] **(0.3 p)**

c) Determinar la expansión decimal del número $1.3\overline{45}$ **(0.3 p)**

d)Resolver la ecuación $|x+1| = 3x - 9$ **(0.4 p)**

Razona si sin ciertas

e) Si f no es continua en [a, b], no es acotada en [a ,b] **(0..3 p)**

f) Si f no es acotada en [a ,b] , no es continua en [a ,b] **(0.3 p)**

2. Calcular el valor de a y b para que la función f sea continua en [0, 1] **(1 p)**

$$f(x) = \begin{cases} 2be^{x} & x \le 0 \\ x + a & 0 < x < 1 \\ bx^2 + a & 1 \le x \end{cases}$$

b) Demostrar por el teorema de Bolzano que la ecuación $e^x - 2 = 0$ tiene una solución en [0,1] (**0.75 p**)

3. Calcular las constantes a y b para que la función sea continua **(1 p)**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & x < 5 \\ 8 & x = 5 \\ bx + 3 & x > 5 \end{cases}$$

4. Calcular las integrales **(3 p) .Nota: Realizar tres**

$$\int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}dx, \quad \int \text{sen}^2 3x\, dx, \quad \int \frac{dx}{\text{sen}\, x + \cos x}, \quad \int \frac{(1+x)^2}{x(1+x^2)}dx$$

5.a) Obtener un infinitésimo equivalente en x=π a f(x)= 2 (1+cos x) – sen ^{2} x. Utilizar el resultado anterior para obtener el valor del siguiente limite **(1.25 p)**

$$\lim_{x \to \pi} \frac{2(1+\cos x) - \text{sen}^2 x}{(x-\pi)^4}$$

b) Obtener un infinitésimo equivalente a $f(x) = 1 + 2\cos x - 3\sqrt{\cos 2x}$ en x=0 **(1 p)**

Segunda Prueba

1. a) Estudiar las asintotas

b) Estudiar crecimiento, decrecimiento y extremos relativos de la función $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ **(1.25 p)**

2. Enunciar el teorema de Cauchy .Comprobar que las funciones f(x)=sen x , g(x)= cos x cumplen las condiciones del teorema de Cauchy en $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.Calcular el punto α **(1.5 p)**

b. Calcular el valor de cos 0.2 aproximando con un polinomio de grado 4. **(1 p)**

c) Utilizando el teorema del valor medio para calcular el valor aproximado de $\sqrt{33}$ .Considerar la función $f(x) = \sqrt[5]{x}$ en el intervalo [33,32] **(1 p)**

3. Un granjero tiene 200 metros de tela metálica que va utilizar para construir tres lados de un corral rectangular; se va a usar un muro recto que ya existe como cuarto lado del corral ¿ Que dimensiones maximizan el área del corral ¿ **(1.25 p)**

4. a) Calcular a , b y c tales que la función $y = ax^3 + bx^2 + cx$ tenga una tangente horizontal en el punto de inflexión (1,1) (**1.** p)

b. Calcular aplicando la regla de L´Hopital el límite (**1** p)

$$\lim_{x \to 0} x^{\text{tang}\, x}$$

5. a) Calcular las derivadas de (Elegir dos) **(0.75 p)**

$$y = (\text{tang}\, x)^{2x}, \quad y = e^{\text{sen}\, x}\log(1-x^2), \quad y = \log\frac{1+x^2}{1-x^4}$$

b).0btener un desarrollo en serie hasta la sexta potencia de las funciones (**1.25 p**)

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \qquad f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

EXAMEN DE SEPTIEMBRE CÁLCULO -1-SEPTIEMBRE -2009

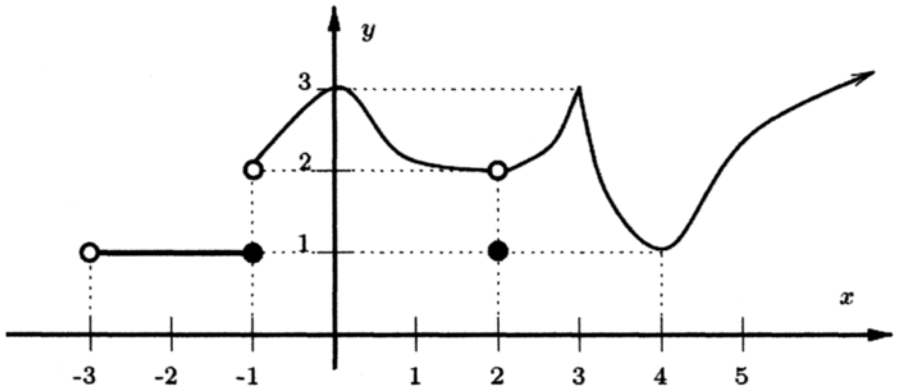
Primera Prueba

1. a) Estudiar la paridad de las siguientes funciones $f(x)=x-x^2$, $g(x)=\dfrac{|x|}{x^2+1}$ (0.5 p)

b) Resolver las desigualdades $|x-3|<5$ .Representar la solución en términos de intervalos (0.75 p)

c) Se considera la siguiente función y su representación grafica . Determinar a partir de la grafica los límites que se indican .Razonar los resultados (0.75 p)

.



(a) $\lim\limits_{x\to -3+} f(x)$

(b) $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$

(c) $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

(d) $f(-1)$; $f(2)$

(e) $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$

2.a) Calcular $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{\sqrt[3]{1+x}-1}$ (0.5 p)

b) Calcular el valor de a para que la función sea continua $f(x)=\begin{cases}3x+7 & x\le 4\\ ax-1 & x>4\end{cases}$ (0.5 p)

c) Calcular la función inversa de $y=\sqrt{Lx}$ (0.5 p)

e) Dadas las funciones $f(x)=\dfrac{x^2}{3}$, g(x)= x+1.Calcular (fog)(x) (0 .5 p)

---

3 a)Probar que la función $f(x)=x^2-2$ tiene al menos una solución real en el intervalo [1 ,2] (1 p)

b. Estudiar la continuidad de la función en x=0 , así como en todo R $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{e^x-1} & x\ne 0\\ 0 & x=0\end{cases}$ (1 p)

c. Calcular el límite utilizando infinitésimos equivalentes

a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x^2}$ b) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{L(\cos 3x)}{L(\cos 2x)}$ (1 p)

---

4. Calcular las integrales

$\int\dfrac{dx}{x^3-1}$, $\int\dfrac{x}{x^4+4}dx$, $\int e^{-x}\cos x\,dx$, $\int \operatorname{sen}^5 x\,dx$ (Elegir tres integrales) (3 p)

Segunda Prueba

5. Estudiar y representar gráficamente la función $y=x+\dfrac{1}{x^2}$ (1.5 p)

6.a) Estudiar si la función f(x)=1- $|x|$ cumple las condiciones del teorema de Rolle el intervalo [-1,1] . (1.25 p)

b) Determinar los parámetros a y b para que sea derivable la función. Estudiar primero la continuidad

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & 0\le x\le 2 \\ ax+b & 2<x\le 4 \end{cases} \quad \text{(1.25 p)}$$

7. a)Determinar los valores a, b, c, d para que la función $y=ax^3+bx^2+cx+d$ tenga un máximo en (0,4) y un mínimo en (2,0) (1.25 p)

b) Mediante un desarrollo de Taylor de tercer grado para la función f(x)=arco Tang x . Calcular el valor aproximado de arco Tang 0.1 y acotar el error cometido (1.25 p)

8. a) Calcular el desarrollo en serie de potencias hasta el término de orden cuatro de la función $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}$ (1.25 p) .

b) Utilizando el teorema del valor medio para calcular el valor aproximado de $\sqrt[3]{9}$ .Considerar la función $f(x)=\sqrt[3]{x}$ (1.25 p)

c) Calcular las derivadas de

$$a)y=\sqrt{\frac{x^3}{x-1}}\ ,b)y=\operatorname{arco sen}(x^3-1),\ \ y=\frac{2^x}{Lx}$$ (Elegir dos derivadas) (1 p)