Escuela Politécnica de Minas y Energía -Examen Final de Calculo – 6-2-2012

Primera prueba

1.a) Calcular el supremo, ínfimo, máximo y mínimo del conjunto (a, b) (0.5 p)

b) Resolver las desigualdades $|x^2 - x + 1|>1$ (1 p), $x - |x| > 2$ (0.5 p)

c) Calcular el dominio de definición $y = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$ (0.75 p)

2.a) $\lim_{x\to 0} \frac{tang\left(2\,x^2\right)\cos x}{\cos x - 1}$ $(\,Se\ recomienda\ infinitesimos\ \ equivalentes$ (1 p)

b) Calcular $\lim_{x\to 0} (tang\ x)^{tang\ 2\,x}$ (1 p)

3.a) Calcula los valores que hay que asignar los valores a y b para que la siguiente función f sea continua y derivable en el punto x=0 (2 p)

$$f(x) = \begin{cases} a\,x^2 - b\,x + 1 & x \leq 0 \\ (x+b)e^{b\,x} & x > 0 \end{cases}$$

b) Calcular las derivadas a) $y = \frac{2^x}{\log x}$, $y = \log_2\left(4^{\mathrm{L}\,x}\right)$ (1 p)

c) Dar una respuesta razonadas a las siguientes preguntas

1) la función $f\colon R \to R$, $f(x) = x^2$ es inyectiva, la respuesta puede ser verdadera o falsa, (solamente se valorara si la respuesta es razonada). Resuelta la cuestión anterior, calcular la función reciproca si existe. (Si no existe razonar porque no existe) (0.75 p)

2. La función $f\colon R \to R$ $f(x) = e^x$ es sobreyectiva, la respuesta puede ser verdadera o falsa, (solamente se valorara si la respuesta es razonada). (0.5 p)

3. Razonar de que tipo de aplicación se trata f: R→R^+ $f(x) = |x|$ (0.5 p) (solamente se valorara si la respuesta es razonada).

4) Razonar cual es el dominio de la función $f(x) = Log\ x$ (0.5 p) (solamente se valorara si la respuesta es razonada).

Segunda prueba

4. Dada la función $\mathrm{f}(\mathrm{x},\mathrm{y}) = x^2 - y^2 - x + y + 1$

a) Calcular gradiente de f en el punto (1,1) (0.5 p)

b) Calcular la diferencial de f en el punto (1,1) (0.75 p)

c) Calcular la derivada de f en la dirección del vector (-1,2) en el punto (1,1) (0.75 p)

d) Calcular la derivada direccional máxima y mínima (0.75 p)

e)d. Dada la función $z = e^{x+y} - sen\ x + sen\ y$ .Calcular el valor de su diferencial en $P\left(\frac{\pi}{2}\ ,0\right)$ para dx=0.1, dy=0.2 (1)

5. a) Ordenar según potencias de (x-2) el polinomio $f(x) = x^3 + 4\,x^2 - 5\,x + 8$ (1 p)

b) Comprueba que la curva $y = \frac{2\ x^3\ +5\,x}{x^3+1}$ tiene una asíntota horizontal y hállala .Estudia la posición relativa de la curva respecto de la asíntota .Calcular el resto de las asíntotas si tiene, en el caso de que así sea estudiar la posición relativa de la grafica respecto a estas otras asíntotas (1.25 p)

c) Halla la ecuación del plano tangente a la superficie de ecuación z = x^2+2y^2 en el punto P(1,2,9). (1 p)

d) Un trapecio isósceles tiene su base mayor y sus dos lados laterales de la misma longitud a .Determinas la longitud de la base mayor para que el área del trapecio sea máxima (1.5 p)

e) Seminario (1.5) siempre que en el examen se obtenga una nota superior a 3.2 puntos en el examen

Tercera prueba

6. Calcular a) $\int \frac{(6x^3+6x^2+x-1)dx}{x^4+x^3+x^2}$ (2 p) b) $\int sen^3 x \; cos^4 x \; dx$ (1. p) c) $\int x^2 \, Lx \, dx$ (1p) d) ($\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ (1 p)

7. Calcular el área A de la región acotada del plano que queda encerrada entre las dos curvas (3 p)

$$y = x^3 + x^2 - x \quad , 2y = x^2 + x$$

8. Calcular el volumen del sólido engendrado al girar entorno al eje 0X la región acotada del limitada por las parábolas $y^2 = x, y^2 = 2 - x$ (3 p)

9. Hallar la longitud del arco de curva de ecuaciones $C = \{ x = t \; , \; y = t^3 \; , \; z = \frac{9}{10} t^5$ desde t=0 hasta el punto M de la curva C : t=a(3p)