E.U.I.T.Minas.Calculo – Primer curso.Examen Final -4-2-2006

1. Dada la función $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x}{e^x-1} & x\neq 0\\ 1 & x=0\end{cases}$

a) Estudiar la continuidad de la función en x = 0

b) Estudiar la derivabilidad de la función en x = 0 (1 punto)

---

2. Calcular las derivadas $y=\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$, $y=\operatorname{sen}^2(x+\operatorname{sen}x)^2$ (1 p)

---

3. Calcular las integrales $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-3x+2}}$, $\int\frac{dx}{x(x^2+x+1)}$

b) Utilizando integrales eulerianas, calcular $\int_0^\infty\frac{x^2\,dx}{(1+x^3)^2}$ (1.5 p)

---

4. a) Calcular $\lim_{x\to 0}(\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$, b) Calcular utilizando infinitésimos equivalentes $\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[4]{x}-1}$ (1p)

---

5. Calcular el área de las regiones acotadas por las curvas $y=x^2-1$, $y=x+1$ (1p)

b) $\int\operatorname{sen}^3x\cos^2x\,dx$

---

6. a) Hallar un polinomio de Mac-Laurin de 5 orden de la función $y=\frac{1}{1-x^2}$ (1.25 p)

b) Calcular el polinomio de cuarto orden de $(1+x)^{\sqrt{3}}$

7.a) Calcular el punto c del intervalo [0,1] que verifica el teorema de los incrementos finitos $f(x)=x^2$

b) Representar la función $y=\left|x^2-4\right|$.Calculando los puntos en los que la función no es derivable .Razonar la respuesta (1.25p)

---

8. a) Aplicar la formula de Cauchy a las funciones $f(x)=\operatorname{sen}x$, $g(x)=\cos x$ en el intervalo $\left[\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right]$

b) Aplicar el teorema de los incrementos finitos a la función $f(x)=\sqrt{(x^2+9)}$ en el intervalo $[0,4]$(1p)

Teoría (1. p. De las seis primeras primera elegir 3)

a) Definir y representar la función y = Sh x

b) Enunciar el teorema de Rolle

c) Enunciar el teorema de Bolzano

d) Definir función periódica

e) Definir discontinuidad evitable

f) Definición de función diferenciable

g) Calcular los extremos absolutos de la función $f(x)=x^5-x$ (Obligatoria)