

EXAMEN PARCIAL I

CÁLCULO

31/10/2012

Para realizar el examen no está permitido el uso de apuntes, libros o calculadoras programables. El tiempo del que se dispone es de una hora y media. Los ejercicios que lo requieran deberán estar explicados en la medida de lo posible.

1. Halla los números que verifiquen: (1.5 puntos)

(a) $|2x + 5| \geq |x + 4|$

(b) $\left| \frac{x^2}{x-1} \right| = 4$

2. Estudiar si $f(x)=|2x-4|$ es inyectiva, sobreyectiva y biyectiva en los siguientes casos. (1.5 puntos)

(a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

(b) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

(c) $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

3. Calcula los siguientes límites: (2 puntos)

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x - x^2)^{1/x^2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{x} - \frac{1}{\ln(1+x)} \right]$

4. Dada la función: (2.5 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2-1|}{\sqrt{x+1}} & , x \neq -1 \\ 0 & , x = -1 \end{cases}$$

(a) Indica cuál es el dominio

(b) Expresa $f(x)$ desarrollando el valor absoluto y teniendo en cuenta el dominio.

(c) Estudia la continuidad en todo \mathbb{R} . Si hay alguna discontinuidad indica de qué tipo es.

5. Dada la función: (2.5 puntos)

$$f(x) = \begin{cases} \cos x - 1 & , x < 0 \\ x^2 + a & , 0 \leq x < 2 \\ \frac{b}{x-1} & , x \geq 2 \end{cases}$$

(a) Halla los valores de a y b para que la función sea continua.

(b) ¿Verifica el Teorema de Lagrange en $(0,2)$?