

EXAMEN FINAL CÁLCULO

Escuela Politécnica de Ingeniería de Minas y Energía

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

3 de febrero de 2014

Escribir el nombre y el número de la lista es todas las hojas. El examen debe estar realizado a bolígrafo, nunca a lápiz. No está permitido el uso de calculadoras programables. Los resultados tienen que estar razonados, no se admitirán soluciones sin procedimiento. Indicar en la primera hoja las partes a las que te presentas. Realizar cada una de las partes en hojas distintas bien diferenciadas. Aquellos que se examinen de toda la asignatura no deberán realizar los ejercicios marcados con *.

PARTE 1

Ejercicio 1.- (3 PUNTOS)

(a) Resolver $|3 - 2x| < 1$

(b) Resolver aplicando la regla de L'Hôpital $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$

* **Ejercicio 2.-** (3 PUNTOS) Representar y estudiar **razonablemente** si $f(x) = |4 - x^2|$ es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva en los siguientes casos

(a) $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

(c) $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$

Ejercicio 3.- (4 PUNTOS) Dada las funciones siguientes, comprueba que se verifican las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo dado. En caso afirmativo halla el valor c determinado por dicho teorema

(a) $f(x) = x^3 - 4x + 1$ en $[1,3]$

(b) $f(x) = \begin{cases} 2x & ; 0 \leq x \leq 1 \\ -x + 3 & ; 1 < x \leq 3 \end{cases}$ en el intervalo $[0,3]$

PARTE 2

Ejercicio 1.- (4.5 PUNTOS) Dada la función $f(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ \frac{x^2}{x-1} & x \geq 0 \end{cases}$, determinar:

(a) El dominio de definición y los puntos de corte con los ejes

(b) Las asíntotas

(c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos si existen

(e) Con los datos obtenidos en los apartados anteriores dibujar su gráfica.

* **Ejercicio 2.-** (2 PUNTOS) Dada la función $y = \ln(\sqrt{x})$. Calcula el polinomio de Taylor de orden 4 en $x=1$. Calcula la derivada de orden n .

Ejercicio 3.- (3.5 PUNTOS)

(a) Dada la función $f(x, y, z) = e^y + 2xyz + x^2z$. Calcula d^2f en el punto $(1,0,-1)$.

PARTE 3

Ejercicio 1.- Resuelve las siguientes integrales (2 PUNTOS cada una)

(a) $I = \int \frac{x^3 + 22x^2 - 12x + 8}{x^4 - 4x^2} dx$ (b) $I = \int e^x \cos x dx$ (c) $I = \int \frac{e^{3x} - e^x}{e^{2x} + 1} dx$ (se recomienda cambio de variable)

Ejercicio 2.- (3 PUNTOS) (a) Calcular y dibujar el área entre las gráficas $y = |x|$, $y = 2 - x^2$

Ejercicio 4.- (1 PUNTO) Seminario números complejos.