

# EXAMEN FINAL CÁLCULO

Escuela Politécnica de Ingeniería de Minas y Energía

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

2 de septiembre de 2013

## PARTE 1

**Ejercicio 1.-** (3 PUNTOS)

(a) Resolver  $|3 - 4x| > x + 2$

(b) Calcular  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{(x-1)(x-2)}{x^2} \right)^{\sqrt{x}}$

(d) Calcular  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - 2^{1/x})^x$

**Ejercicio 2.-** (2 PUNTOS) Representar y estudiar razonablemente si  $f(x) = |x - 3|$  es inyectiva, sobreyectiva o biyectiva en los siguientes casos

(a)  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

(b)  $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

(c)  $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$

**Ejercicio 3.-** (2 PUNTOS) Estudiar la continuidad de la siguiente función: (Si hay alguna discontinuidad indica el tipo)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + \frac{|x|}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$$

**Ejercicio 4.-** (3 PUNTOS) Calcula p, m y n para que

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + px & -1 \leq x < 3 \\ mx + n & 3 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

cumpla la hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo  $[-1, 5]$ . ¿Dónde cumple la hipótesis?

## PARTE 2

**Ejercicio 1.-** (3.5 PUNTOS) Dada la función  $f(x) = \frac{x+1}{x^2+2x}$ , determinar:

(a) El dominio de definición y los puntos de corte con los ejes

(b) Las asíntotas

(c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos si existen

(e) Con los datos obtenido en los apartados anteriores dibujar su gráfica.

**Ejercicio 2.-** (2.25 PUNTOS) Dada la función  $y = \text{Sen}(2x) + \text{Cos}x$ . Calcula el desarrollo de Mac laurin hasta orden 5. Explica como calcularías sin utilizar una calculadora con las funciones trigonométricas el resultado de  $\text{sen}(0.2) + \text{cos}(0.1)$

**Ejercicio 3.-** (4.25 PUNTOS) Dada la función  $f(x, y, z) = xe^y + 2xyz - 3z + x^2z$

(a) Calcula  $d^2f$  en el punto  $(-1, 0, 2)$

(b) Calcular al derivada de f en el punto  $(1, 0, 3)$  según la dirección  $(1, 2, -2)$

## PARTE 3

**Ejercicio 1.-** Resuelve las siguientes integrales (A elegir 3, 2 PUNTOS cada una)

(a)  $I = \int \text{sen}^5 x dx$  (b)  $I = \int \frac{dx}{x^3 - 2x^2 + x}$  (c)  $I = \int x^2 \cos 3x dx$  (d)  $I = \int x \text{Ln}(1+x) dx$

**Ejercicio 2.-** (1.5 PUNTOS) Calcular y dibujar el área entre las gráficas de las funciones

$$f(x) = -x^2 + 3$$

$$g(x) = 2x^2 + 1$$

**Ejercicio 3.-** (1.5 PUNTOS) Hallar el volumen del cuerpo de revolución engendrado al girar alrededor del eje ox, la región determinada por la función  $f(x) = \frac{1}{2} + \text{cos}x$ , el eje de abscisas y las rectas  $x=0$  y  $x=\pi$ .

**Ejercicio 4.-** (1 PUNTO) Seminario números complejos.