

EXAMEN FINAL CÁLCULO

Escuela Politécnica de Ingeniería de Minas y Energía

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

4 de septiembre de 2014

El examen debe estar realizado a bolígrafo, nunca a lápiz. No está permitido el uso de calculadoras programables. Los resultados tienen que estar razonados, no se admitirán soluciones sin procedimiento. Indicar en la primera hoja las partes a las que te presentas. Realizar cada una de las partes en hojas distintas bien diferenciadas. Aquellos que se examinen de toda la asignatura no deberán realizar los ejercicios marcados con *.

PARTE 1

Ejercicio 1.- (2.5 PUNTOS) Resolver

- (a) Resolver $|2x - 3| \leq 1$
(b)* Resolver $\left| \frac{2-x}{1+x} \right| = 4$

Ejercicio 2.- (2.5 PUNTOS) Calcular los siguientes límites

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{Sen}3x}{x - \frac{3}{2}\operatorname{Sen}2x}$
(b)* $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{-x}$

Ejercicio 3.- (2 PUNTOS) Estudiar si $f(x)$ es inyectiva, sobreyectiva y biyectiva en todo su dominio y representar.

$$f(x) = \begin{cases} |x - 1| & x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

Ejercicio 4.- (3 PUNTOS) Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{(a+1)x}{1-x} & ; x < 0 \\ \frac{2x}{1+ax} & ; x \geq 0 \end{cases}$, calcular "a" para que cumpla la hipótesis

del teorema del valor Medio de Lagrange en el intervalo $[-1, \frac{1}{2}]$. Enuncia el Teorema.

PARTE 2

Ejercicio 1.- (2.5 PUNTOS) Desarrolla según Mac Laurin la siguiente función: $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

Ejercicio 2.- (3 PUNTOS) Hallar las dimensiones que hacen mínimo el coste de un contenedor que tiene forma de paralelepípedo rectangular sabiendo que su volumen es $9m^3$, su altura 1m y el coste de su construcción por m^2 es de 50€ para la base, 60€ para la tapa y 40€ para cada pared lateral.

Ejercicio 3.- (4.5 PUNTOS)

- (a) Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie $2xy + y^2x + 3y - z^2 = 4$ en el punto $(1, -1, 2)$
(b) Calcula la derivada de la función $y = \operatorname{Sen}(x^2y) + e^{y^2x} + 2y$ según la dirección $(\sqrt{3}, 1)$ en el punto $(0, 2)$
(c) * Dada la función $f(x, y, z) = e^{xy} + x^2 + 2y^2 + 3xyz$, calcula: $\frac{\partial^2 f}{\partial^2 x}$; $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z}$; $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$

PARTE 3

Ejercicio 1.- Resuelve las siguientes integrales (2 PUNTOS cada una)

(a) $I = \int \frac{5x-3}{x^3-x} dx$ (b) $I = \int (x+1)^2 e^x dx$ (c) $I = \int \sqrt{9-4x^2} dx$ (Cambio $\operatorname{Sen}t = \frac{2x}{3}$)

Ayuda: Recuerda que $\sqrt{1 - \operatorname{Sen}^2 t} = \operatorname{Cost}$, $\operatorname{Sen}2t = 2\operatorname{Sen}(t)\operatorname{Cos}(t)$

Ejercicio 2.- * (1.5 PUNTOS) Halla el área comprendida entre la función $y = x^3 - x^2 - 6x$ y el eje X

Ejercicio 3.- (1.5 PUNTOS) Calcular el valor de "a" para que el área de la región limitada por la curva $y = -x^2 + ax$ y el eje X sea igual a 36.

Ejercicio 4.- (1 PUNTO) Seminario números complejos.