

**Prueba de Septiembre de Cálculo -12-9-2011**

**Tercera prueba**

1. Calcular el volumen engendrado por el trapecio limitado por el eje Ox y las ordenadas correspondientes a  $x=2$  y  $x=5$  y la recta de ecuaciones  $y=x+3$  (3 p)

---

2. Calcular el área de la región limitada por  $f(x) = x^2, g(x) = 2 - x^2$  (3 p)

---

3. Calcular la longitud de la curva  $y = \frac{1}{3}(x^2 + 2)^{\frac{3}{2}}$  desde  $x=0$  a  $x=3$  (3 p)

---

4. Calcular las integrales

$$\int \frac{(x^2 - 3x + 2)dx}{x^3 - x}, \int x L(x)^2 dx, \int \frac{dx}{3 - \cos x}, \int \frac{x^2 + 3x + 2}{(x-1)(x^2 + 2x + 2)} dx \quad (4 p) \quad (\text{Elegir tres integrales})$$

---

**Primera prueba**

5. a) Estudiar la derivabilidad de la función  $f(x) = |x^2 - 9|$  y calcular la función derivada correspondiente en los puntos donde exista (1.5 p)

b) Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \cos x & x \leq 0 \\ 2(a + x) & 0 < x < 1 \\ \frac{b}{x^2} & x \geq 1 \end{cases}$$

Hallar  $a$  y  $b$  de modo que  $f$  sea continua para todo valor real de  $x$  (1.5 p)

---

6. Calcular el dominio de las siguientes funciones a)  $y = \sqrt[3]{2x+1}$  b)  $y = L(x^2 - 16)$  (1.5 p)

b) Calcular la función de inversa  $y = \frac{2x+3}{x-1}$  (1.5 p)

c) Estudiar si la función  $f(x) = \begin{cases} 1 - 2x, & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 2x - 1, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$  verifica el Teorema de Rolle en el intervalo  $[0,1]$ . en caso afirmativo

hallar el punto al que se refiere dicho teorema (1.5 p)

---

7. a) Calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - x - 1}{2x^2 - x^3} \quad (1.5 p)$$

$x \rightarrow 0$

b) Calcular las derivadas (1 p)

$$y = e^x \tan g \frac{x}{2}, \quad y = x^{\frac{1}{\tan g x}}$$

---

**Segundo parcial**

8. a) Calcular las derivadas parciales de segundo orden de la función  $f(x, y) = y e^x$  en el punto  $(1,2)$  (1 p)

---

9. Representar gráficamente la función  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$  (2 p)

---

10. a) Halla la ecuación del plano tangente al hiperboloide  $z^2 - 2x^2 - 2y^2 - 12 = 0$  en el punto  $P(1,-1,4)$  (2 p)

b) Calcular la derivada direccional de la función  $f(x, y, z) = xy + yz + zx$  en el punto  $P(1, -1, 2)$  en la dirección del vector

$$\vec{v} = 10\vec{i} + 11\vec{j} - 2\vec{k} \quad (1.5 \text{ p})$$

c) Calcular el desarrollo de Mac-Laurin de orden cinco de la función  $f(x) = \sqrt{1+x}$  (2 p)

---