

Prueba final de cálculo -7-II -2011

Primera prueba

1. a) Determinar a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} ax - 3 & x < 4 \\ -x^2 + 10x - b & x \geq 4 \end{cases}$ cumpla las hipótesis del teorema de Lagrange en el intervalo [2, 6]. (2 p)

b) Dada la función $f(x) = L(5 - x^2)$. Calcular

a) Dominio de definición (0.5 p)

b) Estudiar si es aplicable el teorema de Rolle en el intervalo [-2,2] (0.75 p)

c) En caso afirmativo, calcular el punto o puntos que verifican la tesis anterior (0.75 p)

2. Calcular a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{L(1+x) - \text{sen } x}{x \text{sen } x}$ (1p), b) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{\text{sen } x}$ (1 p)

3.a) Resolver las inecuaciones: $2|3 - x| - 10 \geq 0$ (0.5p), $|x - 3| \leq 2x - 5$ (0.5p)

b) Calcular el supremo, ínfimo, máximo y mínimo si existen de los subconjuntos de R

1. intervalo (1,3) (0.5p)

2. {2, 2.2, 2.22, 2.222.....} (0.5 p)

4. Estudiar la continuidad y derivabilidad en $x=0$ y $x=-1$ de la función

$$f(x) = \begin{cases} \text{sen } x & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ -x^3 & \text{si } -1 < x < 0 \\ -3x - 2 & \text{si } x \leq -1 \end{cases} \quad (2p)$$

Segunda prueba

5. a) Halla la ecuación del plano tangente a la superficie de ecuación $z = x^2 + y^2 - 2x + 2y - 2$ en el punto P(1,2,3). (1.5 p)

b) Dada la función $f(x, y, z) = x^2 y^2 + y^2 z^3 + z^3 x$

Calcular gradiente de f (0.75 p)

Calcular la derivada en el punto (4, -2, -1) en la dirección del vector $v = i + 3j + 2k$ (1 p)

c) Dada la función $f(x, y) = e^{xy} + \frac{x}{y} + \text{sen}((2x + 3y)\pi)$. Calcular $\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, (1. p)

6. a) Hallar las dimensiones del triángulo isósceles de mayor área entre todos los de perímetros igual a 10 (1.25 p)

b) Dada la función: $f(x, y) = 4x^3 y^2 - 4x^2 + y^6 + 1$. Calcular la diferencial de f en el punto (1,1) (1.25 p)

c) Desarrollar en serie de potencias en el punto $x=0$ hasta el orden 4, de la función $f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$ (1.25p)

d) Dada la función $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2x + 1}$. Calcular asíntotas, máximos y mínimos (1 p)

e) Seminario (1 p)

Tercera prueba

7. Calcular las integrales a) $\int \frac{(-2x + 22)dx}{(x-2)(x^2 - 4x + 13)}$ (2 p) b) $\int \frac{dx}{5 + \cos^2 x}$ (1. p) c) $\int \frac{Lx}{x^3} dx$ d) $\int e^x \text{sen } 2x dx$ (1 p)

8. Calcular la longitud de la curva C con ecuaciones paramétricas desde $t=0$ hasta $t=4$ $\{x = t^3, y = t^2\}$ (3 p)

9. Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de la función $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$ el eje de abscisas y las rectas $x = -3$ y $x=0$ (3 p)

10. Calcular el volumen del sólido engendrado al girar entorno al eje OX el recinto limitado por la parábola $y^2 = x$, y la recta $x-2$ $y=0$ (3 p)

