

EXAMEN FINAL CÁLCULO

Escuela Politécnica de Ingeniería de Minas y Energía

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

26 de enero de 2016

PARTE 1

Ejercicio 1.-

(a) (1.5 PUNTOS) Halla los valores de a y b para que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos ax - b}{2x^2} = -4$

(b) (2.5 PUNTOS) Resuelve: $|3x - 2| + |7x + 3| < 10$

Ejercicio 2.- (3.5 PUNTOS) Existe algún valor de a para el que $f(x) = \begin{cases} \frac{(x-1)^2}{x^2-1} & ; 0 < x < 1 \\ \text{Ln}(\text{sen}^2(x+a) + 1) & ; x \geq 1 \end{cases}$ sea continua en el intervalo $(0, \infty)$. Estudia la derivabilidad en $x=1$. ¿Cuál es el $\lim_{x \rightarrow 1} f(x, y)$?

Ejercicio 3.- (2.5 PUNTOS) Sea $f(x) = |x^2 - 1|$ comprueba si se puede aplicar el teorema de Rolle en el intervalo $[-2, 2]$ y en el intervalo $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

PARTE 2

Ejercicio 1.- (3 PUNTOS) Dada la función $f(x) = x^4$ con $x \in \mathbb{R}$, justificar si son o no verdaderas las siguientes afirmaciones:

(a) El $(0,0)$ es un mínimo de $f(x)$

(b) $y=4x-3$ es la recta tangente de $f(x)$ en $x=1$

(c) Hay un punto de inflexión en el punto $(0,0)$

(d) El polinomio de Taylor de $f(x)$ de grado 2 en $x=1$ es $P(x) = 6x^2 - 8x + 3$

Ejercicio 2.- (2 PUNTOS) Se dispone de un papel rectangular de 2 metros cuadrados de superficie para diseñar un cartel publicitario. Los márgenes del cartel han de ser: 0,2 metros el superior, 0,1 metro el inferior, 0,1 metro el izquierdo y 0,05 metros el derecho. Calcular las dimensiones que debe tener el papel para que la parte que se ha de imprimir sea máxima. ¿Qué superficie tendría la parte impresa?

Ejercicio 3.- (2 PUNTOS) Calcular la ecuación del plano tangente a la superficie $z^3 - z \text{sen} y + x^2 \text{sen}^2 y - \text{cos} y = 0$ en el punto $P(1,0,1)$

Ejercicio 4.- (3 PUNTOS) Dada la función $f(x, y, z) = x^3 + 2xyz + x^2z + z^2$

(a) Calcular $d^2 f$ en el punto $P(1,0,1)$

(b) Derivada direccional de la función según la dirección del vector $(1,1,1)$ en el punto $P(1,0,1)$

PARTE 3

Ejercicio 1.- Resuelve las siguientes integrales (2,25 PUNTOS cada una)

(a) $\int \frac{1}{x\sqrt{x+1}} dx$ (b) $\int \text{Ln}(x-3) dx$ (c) $\int \frac{-2x^2+4}{x^3+2x^2+2x} dx$ (d) $\int \text{Sen}^5 x \text{Cos}^2 x dx$

Ejercicio 2.- (1 PUNTO) Seminario números complejos.